Оригинальная статья / Original article
УДК 629.113.001
DOI: 10.21285/1814-3520-2017-3-193-203

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАСЧЕТА НОРМАЛЬНЫХ И ПРОДОЛЬНЫХ КАСАТЕЛЬНЫХ РЕАКЦИЙ В ПЯТНЕ КОНТАКТА ШИНЫ АВТОМОБИЛЬНОГО КОЛЕСА С ПОВЕРХНОСТЯМИ ОПОРНЫХ РОЛИКОВ ДИАГНОСТИЧЕСКОГО СТЕНДА

© А.И. Федотов[1], В.Г. Власов[2], О.С. Яньков[3]
Иркутский национальный исследовательский технический университет,
Российская Федерация, 664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83.

РЕЗЮМЕ. Статья посвящена аналитическому исследованию процессов, протекающих в пятне контакта эластичной шины автомобильного колеса с двумя опорными роликами диагностического стенда. **МЕТОДЫ.** Авторами данной статьи предлагается производить расчет и построение эпюр нормальных R_Z и продольных касательных R_X реакций, распределенных по длине пятен контакта L_D шины с опорными роликами, на основе данных о радиальной деформации шины Δ_R, а также радиусов качения колеса r_K относительно опорных роликов. **ЗАКЛЮЧЕНИЕ.** Разработанное математическое описание дает возможность расчетным путем получать эпюры распределения нормальных R_Z и касательных R_X реакций, а также производить анализ их количественных изменений при изменении приложенной к колесу нормальной нагрузки G_K.
Ключевые слова: математическая модель, диагностирование, длина пятна контакта шины с опорной поверхностью, нормальная реакция, продольная касательная реакция, коэффициент сцепления, проскальзывание колеса, опорные ролики диагностического стенда, эластичная шина.

Формат цитирования: Федотов А.И., Власов В.Г., Яньков О.С. Математическая модель для расчёта нормальных и продольных касательных реакций в пятне контакта шины автомобильного колеса с поверхностями опорных роликов диагностического стенда // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2017. Т. 21. № 3. С. 193–203. DOI: 10.21285/1814-3520-2017-3-193-203

A MATHEMATICAL MODEL TO CALCULATE NORMAL AND LONGITUDINAL TANGENTIAL REACTIONS IN THE VEHICLE WHEEL TIRE CONTACT PATCH WITH CHASSIS DYNAMOMETER BEARING ROLLER SURFACES

A.I. Fedotov, V.G. Vlasov, O.S. Yankov
Irkutsk National Research Technical University,
83, Lermontov St., Irkutsk, 664074, Russian Federation.

ABSTRACT. The paper deals with an analytical study of the processes occurring in the contact patch of the vehicle wheel elastic tire with two bearing rollers of a chassis dynamometer test bench. **METHODS**. The authors propose to calculate and build the diagrams of normal R_Z and longitudinal tangential R_X reactions distributed along the length L_D of the tire/bearing roller contact patch based on the data on tire radial deformation Δ_R and the wheel rolling radius r_K relative to bearing rollers. **CONCLUSION**. The developed mathematical description enables to construct the diagrams of normal R_Z and tangential R_X reactions on the basis of calculation as well as to analyze their quantitative changes when the normal load G_K applied to wheel is changed.
Key words: mathematical model, diagnosis, length of the tire/bearing surface contact patch, normal reaction, longitudinal tangential reaction, friction coefficient, wheel skidding, test bench bearing rollers, elastic tire

---

[1]Федотов Александр Иванович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой автомобильного транспорта, e-mail: fai@istu.edu.ru
Aleksandr I. Fedotov, Doctor of technical sciences, Professor, Head of the Department of Automobile Transport, e-mail: fai@istu.edu.ru
[2]Власов Валерий Георгиевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики, e-mail: vlasov@istu.edu
Valerii G. Vlasov, Doctor of physical and mathematical sciences, Professor of Department of Mathematics, e-mail: vlasov@istu.edu
[3]Яньков Олег Сергеевич, аспирант, e-mail: 066813@mail.ru
Oleg S. Yankov, Postgraduate, e-mail: 066813@mail.ru

For citation: Fedotov A.I., Vlasov V.G., Yankov O.S. A mathematical model to calculate normal and longitudinal tangential reactions in the vehicle wheel tire contact patch with chassis dynamometer bearing roller surfaces // Proceedings of Irkutsk State Technical University. 2017, vol. 21, no. 3, pp. 193–203. (In Russian) DOI: 10.21285/1814-3520-2017-3-193-203

Введение

Диагностирование технического состояния систем активной безопасности автотранспортных средств (АТС) в большинстве случаев осуществляется стендовым методом. С этой целью применяются роликовые силовые стенды, которые обеспечивают очень важный с точки зрения задания тестовых режимов *принцип обратимости движения* [4,5] [1, 2].

Несмотря на то, что диагностирование АТС стендовым методом производится в закрытых помещениях и защищено от влияния атмосферы, повторяемость результатов проверок тормозных систем на роликовых стендах остается крайне низкой [1, 3], что связано с несколькими причинами.

во-первых, при установке АТС на стенд у каждого его колеса появляется по два пятна контакта шин с опорными роликами в отличие от дорожных условий, где имеется по одному пятну контакта;

во-вторых, при торможении АТС на стенде происходит смещение колес относительно опорных роликов [1, 3–6];

в-третьих, значительную погрешность на результаты диагностирования оказывает непараллельность осей АТС относительно осей роликов стенда [3].

Кроме того, на результаты контроля тормозных систем на роликовых стендах значительное влияние оказывает различие геометрических форм плоской опорной поверхностей дороги и цилиндрических поверхностей опорных роликов стенда [4, 7].

Для повышения качества контроля технического состояния тормозных систем АТС стендовым методом необходимо учитывать механику взаимодействия эластичных шин с опорными роликами стенда. С этой целью авторами статьи были подготовлены и проведены комплексные исследования механики взаимодействия эластичных шин с опорными роликами стенда.

Для проведения аналитических исследований было разработано математическое описание процессов, протекающих в пятне контакта эластичной шины с цилиндрическими поверхностями опорных роликов диагностического стенда. С целью повышения корректности математического описания исследуемого процесса в ходе его разработки были использованы результаты проведенных ранее экспериментальных исследований [4–7].

Описание методики аналитического исследования

Для математического описания процесса взаимодействия шины автомобильного колеса с двумя опорными роликами диагностического стенда воспользуемся схемой, показанной на рис. 1.

---

[4]Федотов А.И. Диагностика автомобиля: учебник для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки бакалавров и магистров «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов». Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2012. 476 с. / Fedotov A.I. Vehicle diagnosis. Irkutsk, IrGTU Publ., 2012, 476 p.

[5]Федотов А.И. Технология и организация диагностики при сервисном сопровождении: учебник для студентов вузов. М.: ИЦ «Академия», 2015. 352 с. / Fedotov A.I. Diagnostics technology and organization under servicing. Moscow, Akademija Publ., 2015, 352 p.

[6]Бойко А.В. Совершенствование метода диагностики тормозных систем автомобилей в условиях эксплуатации на силовых стендах с беговыми барабанами: дис. … канд. техн. наук. Иркутск, 2008. 281 с. / Bojko A.V. Improving the method of vehicle brake system diagnostics under operation on chassis dynamometer test benches. Candidate's dissertation in technical sciences. Irkutsk, 2008. 281 p.

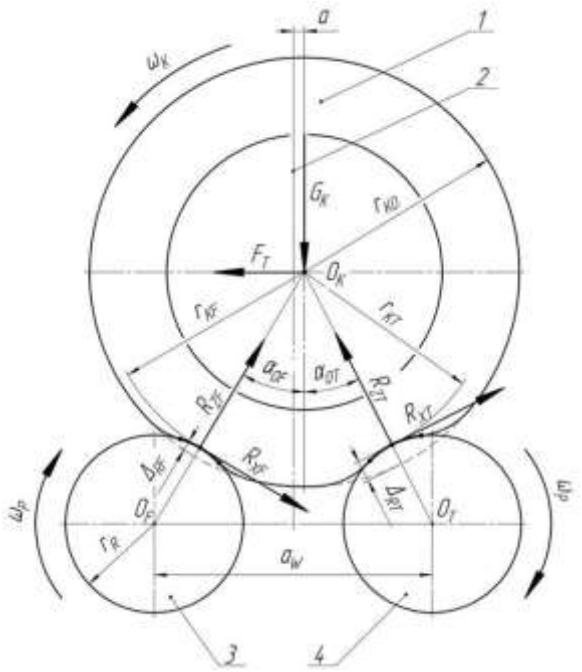


Рис. 1. Расчетная схема процесса торможения автомобильного колеса с эластичной шиной на двух кинематически связанных друг с другом опорных роликах диагностического стенда: 1 – колесо с испытуемой шиной; 2 – ось симметрии опорных роликов; 3 – передний опорный ролик; 4 – задний опорный ролик; a – смещение колеса относительно оси симметрии опорных роликов; ω_K – угловая частота вращения колеса; ω_P – угловая частота вращения опорных роликов; G_K – нормальная нагрузка, приложенная к колесу; F_T – суммарная тормозная сила; r_{K0} – свободный радиус колеса; r_{KF} – радиус качения колеса относительно переднего ролика; r_{KT} – радиус качения колеса относительно заднего ролика; R_{ZF} – нормальная реакция на переднем ролике; R_{XF} – касательная реакция на переднем ролике; R_{ZT} – нормальная реакция на заднем ролике; R_{XT} – касательная реакция на заднем ролике; a_W – межосевое расстояние между опорными роликами; r_R – радиус опорного ролика; Δ_{RF} – радиальная деформация шины на переднем опорном ролике; Δ_{RT} – радиальная деформация шины на заднем опорном ролике

Fig. 1 Design diagram of the vehicle wheel with elastic tire braking on two kinematically-connected bearing rollers of the chassis dynamometer: 1 – wheel with the test tire; 2 – symmetry axis of bearing rollers; 3 – front bearing roller; 4 – rear bearing roller; a – wheel offset regarding the symmetry axis of the bearing rollers; ω_K – angular rotation rate of the wheel; ω_P – angular rotation rate of the bearing rollers; G_K – normal load applied to the wheel; F_T – total braking force; r_{K0} – wheel free radius; r_{KF} – rolling radius of the wheel relative to the front roller; r_{KT} – rolling radius of the wheel relative to the rear roller; R_{ZF} – normal reaction on the front roller; R_{XF} – tangential reaction on the front roller; R_{ZT} – normal reaction on the rear roller; R_{XT} – tangential reaction on the rear roller; a_W – axle spacing between the bearing rollers; r_R – radius of the bearing roller; Δ_{RF} – tire radial deflection on the front bearing roller; Δ_{RT} – tire radial deflection on the rear bearing roller

Эластичная шина автомобильного колеса, установленного на два опорных ролика диагностического стенда, под воздействием приложенной к нему нормальной нагрузки G_K будет деформироваться на величину Δ_{RF} на переднем опорном ролике, а также на величину Δ_{RT} – на заднем опорном ролике. Эти деформации определим как

$$\Delta_{RF} = \frac{G_K \cdot \cos\alpha_{OF}}{c_{Ш}}; \quad (1)$$

$$\Delta_{RT} = \frac{G_K \cdot \cos\alpha_{OT}}{c_{Ш}}, \quad (2)$$

где α_{OF} – угол между осью симметрии опорных роликов и линией, соединяющей центр колеса O_K и центр переднего ролика O_F; α_{OT} – угол между осью симметрии опорных роликов и линией,

соединяющей центр колеса O_K и центр заднего ролика O_T; $c_Ш$ – жесткость шины, *Н/м*.

Радиусы качения колеса на переднем опорном ролике r_{KF} и на заднем опорном ролике r_{KT} вычислим следующим образом:

$$r_{KF} = r_{K0} - \Delta_{RF}; \tag{3}$$

$$r_{KT} = r_{K0} - \Delta_{RT}. \tag{4}$$

В процессе торможения шина стремится переместиться в сторону заднего ролика, вследствие чего возникает неравенство деформаций Δ_{RF} и Δ_{RT}, а соответственно, и радиусов качения колеса на переднем r_{KF} и заднем r_{KT} ролике.

Для определения радиальной деформации шины на ролике стенда на первом этапе воспользуемся упрощенной схемой, представленной на рис. 2. На схеме показано взаимодействие шины с одиночным опорным роликом, а индексы, обозначавшие *F* – передний ролик и *T* – задний ролик, заменим на индекс *i*.

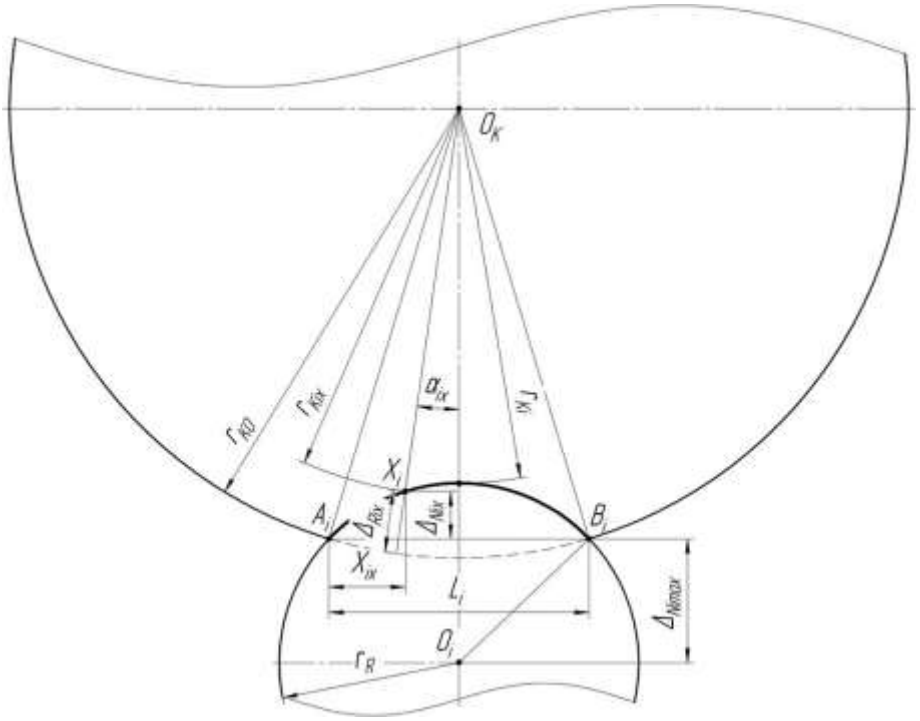


Рис. 2. Расчетная схема определения радиальной деформации шины на ролике стенда: r_{K0} – свободный радиус колеса; r_{Ki} – радиус качения колеса i-го опорного ролика; A_i и B_i – крайние точки касания шины с i-м роликом; L_i – длина линии касания A_i-B_i шины с i-м роликом; r_R – радиус опорного ролика; Δ_{Nimax} – расстояние от линии касания A_i-B_i шины до центра O_i i-го ролика; X_i – точка, лежащая на поверхности касания шины с i-м роликом; r_{Kix} – радиус качения колеса относительно i-го ролика, соответствующий положению точки X_i; Δ_{Rix} – радиальная деформация шины на i-м ролике, соответствующая положению точки X_i; Δ_{Nix} – нормальная деформация шины выше линии A_i-B_i, соответствующая положению точки X_i; X_{ix} – координата точки X_i; α_{ix} – угол между линией O_K-O_i, соединяющей центры колеса и опорного ролика, и линией O_K-X_i, соединяющей центр колеса и точку X_i

Fig. 2. Design diagram for the determination of tire radial deflection on the chassis dynamometer roller: r_{K0} – free radius of the wheel; r_{Ki} – rolling radius of the i-bearing roller wheel; A_i and B_i – extreme points of the tire contact with the i-roller; L_i – contact line length of A_i-B_i tire with the i-roller; r_R – radius of the bearing roller; Δ_{Nimax} – distance from the contact line of the A_i-B_i tire to the centre O_i of the i-roller; X_i – point located on the surface of the tire contact with the i-roller; r_{Kix} – wheel rolling radius relative to the i-roller corresponding to the location of the point X_i; Δ_{Rix} – tire radial deflection on the i-roller corresponding to the location of the point X_i; Δ_{Nix} – tire normal deflection above the line A_i-B_i corresponding to the point X_i location; X_{ix} – coordinate of the point X_i; α_{ix} – angle between the line O_K-O_i connecting the centers of the wheel and the support roller and the line O_K-X_i connecting the wheel center and the point X_i

Для определения радиальной деформации шины Δ_{Rix} условно разделим контакт шины с *i*-м опорным роликом линией A_i-B_i, длина которой будет составлять L_i. Отметим на поверхности касания шины с *i*-м роликом точку X_i, которая перемещается по этой поверхности из точки A_i к точке B_i. Расстояние от точки X_i до центра колеса O_i будет равно радиусу качения колеса r_{Kix}, соответствующему положению этой точки. Координата точки X_i будет изменяться в пределах $-0{,}5L_i < X_i < 0{,}5L_i$.

Радиальная деформация шины Δ_{Rix} для *i*-го опорного ролика, соответствующая положению точки X_i, определяется по формуле:

$$\Delta_{Rix} = r_{K0} - r_{Kix}, \tag{5}$$

где r_{K0} – свободный радиус колеса, *м*; r_{Kix} – радиус качения колеса относительно *i*-го ролика, соответствующий положению точки X_i, *м*.

Величина радиуса качения колеса r_{Kix}, соответствующая положению точки X_i, определяется по формуле

$$r_{Kix} = \frac{r_{Ki} + r_R - \Delta_{Ni\max} - \Delta_{Ni\,x}}{\cos\alpha_{ix}}, \tag{6}$$

где r_{Ki} – радиус качения колеса, *м*; r_R – радиус опорного ролика, *м*; Δ_{Nimax} – расстояние от линии касания A_i-B_i шины до центра O_i ролика, *м*; Δ_{Nix} – нормальная деформация шины выше линии A_i-B_i, соответствующая положению точки X_i, *м*; α_{ix} – угол между линией O_K-O_i, и линией O_K-X_i в *градусах*.

Расстояние Δ_{Nimax} определяется по формуле

$$\Delta_{Ni\max} = \sqrt{r_R^2 - \left(0{,}5 \cdot L_i\right)^2}, \tag{7}$$

где L_i – длина линии касания A_i-B_i шины с *i*-м роликом, *м*.

Нормальная деформация шины Δ_{Nix} выше линии A_i-B_i, соответствующая положению точки X_i определяется по формуле

$$\Delta_{Ni\,x} = \sqrt{r_R^2 - X_{ix}^{\,2}} - \Delta_{Ni\max}, \tag{8}$$

где X_{ix} – координата точки X_i, *м*.

Угол α_{ix} находим из выражения

$$\alpha_{ix} = arctg\frac{X_{ix}}{r_{Ki} - \Delta_{Nix}}. \tag{9}$$

Для определения длины L_i линии касания A_i-B_i шины с *i*-м роликом рассмотрим треугольник O_K-B_i-O_i, для которого расстояние $0{,}5L_i$ будет являться высотой, опущенной из вершины B_i. Тогда полупериметр p_i треугольника O_K-B_i-O_i определится по формуле

$$p_i = \frac{2r_R + r_{Ki} + r_{K0}}{2}. \tag{10}$$

Длина линии касания L_i определяется из выражения

$$L_i = \frac{4 \cdot \sqrt{p_i \cdot (p_i - (r_{Ki} + r_R)) \cdot (p_i - r_{K0}) \cdot (p_i - r_R)}}{r_{Ki} + r_R}. \quad (11)$$

Распределение нормального давления шины n_{ix} по длине её контакта с поверхностью опорного *i*-го ролика определим по выражению [8]

$$n_{ix} = n_{\Delta ix} - n_{Dix}, \quad (12)$$

где $n_{\Delta ix}$ – деформационная составляющая нормального давления шины по длине её контакта с поверхностью опорного *i*-го ролика, *кН/мм*^{2}; n_{Dix} – демпфирующая составляющая нормального давления шины по длине её контакта с поверхностью опорного *i*-го ролика, *кН/мм*^{2}.

Деформационная составляющая нормального давления шины $n_{\Delta ix}$ определяется по формуле [8]:

$$n_{\Delta ix} = \begin{cases} \Delta_{Ni} \cdot c_{Ш}; & если \quad n_{\Delta ix} \le n_{\Delta \max} \\ n_{\Delta \max}; & если \quad n_{\Delta ix} > n_{\Delta \max} \end{cases}, \quad (13)$$

где $n_{\Delta max}$ – максимальное значение нормального давления, *кН/мм*^{2}.

Демпфирующая составляющая нормального давления шины n_{Dix} определяется по формуле [8]

$$n_{Dix} = \dot{X}_i \cdot k_{Ш}, \quad (14)$$

где $k_Ш$ – коэффициент демпфирования шины, *Н·с/м*.

Распределение продольного касательного напряжения шины τ_{ix} по длине её контакта с поверхностью опорного *i*-го ролика определим по выражению [8]

$$\tau_{ix} = n_{ix} \cdot \varphi_i + n_{\Delta ix} \cdot \sin \alpha_{ix} - n_{Dix}, \quad (15)$$

где $\varphi_Ш$ – коэффициент сцепления колеса с поверхностью i-го опорного ролика.

Длина пятна контакта L_{Ci} шины с *i*-м роликом определяется в соответствии со схемой, показанной на рис. 3.

Длина пятна контакта L_{Ci} определяется формулой

$$L_{Cix} = \frac{\pi \cdot r_R \cdot \beta_{ix}}{180^\circ}, \quad (16)$$

где β_{ix} – угол между линией A_i-O_i и линией X_i-O_i, град., который в свою очередь определяется как

$$\beta_{ix} = \arccos \frac{2 \cdot (r_R)^2 - L_{ix}^2}{4 \cdot r_R}. \quad (17)$$

Здесь L_{ix} – расстояние от начальной точки касания шины с опорным роликом A_i до точки X_i, м, определяемое по формуле

$$L_{ix} = \sqrt{X_{ix}^2 + \Delta_{Nix}^2}. \quad (18)$$

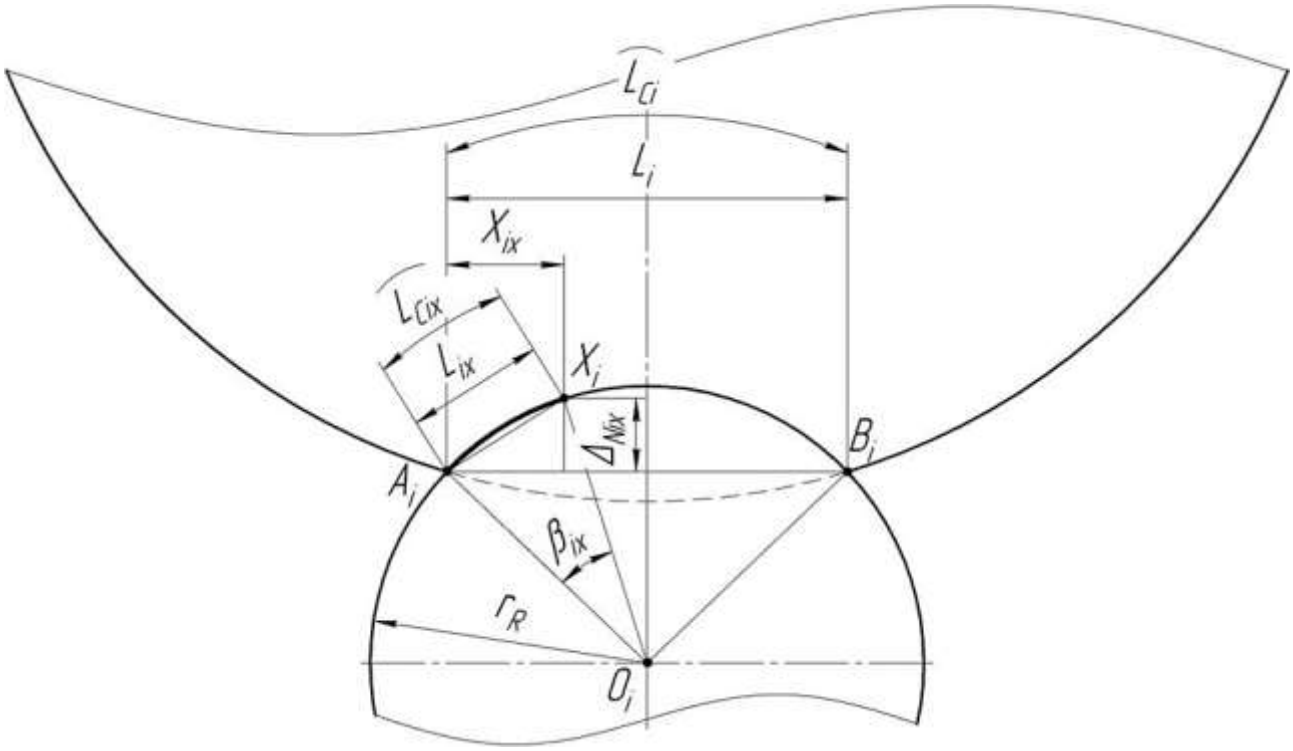


Рис. 3. Расчетная схема определения длины L_{Ci} пятна контакта шины с i-м роликом стенда: X_i – точка, лежащая на поверхности касания шины с i-м роликом; A_i и B_i – крайние точки касания шины с i-м роликом; Δ_{Nix} – нормальная деформация шины выше линии A_i-B_i, соответствующая положению точки X_i; L_{Cix} – длина дуги касания шины с поверхностью i-го ролика, соответствующая положению точки X_i; L_{ix} – расстояние от начальной точки касания шины с опорным роликом A_i до точки X_i; L_{Ci} – длина дуги касания шины с поверхностью i-го ролика; L_i – длина линии касания A_i-B_i шины с i-м роликом; r_R – радиус опорного ролика; β_{ix} – угол между линией A_i-O_i и линией X_i-O_i; X_{ix} – координата точки X_i

Fig. 3. Design diagram for the determination of the length L_{Ci} of the tire contact patch with the test bench i-roller: X_i – point located on the surface of the tire contact with the i-roller; A_i and B_i – extreme points of the tire contact with the i-roller; Δ_{Nix} – tire normal deflection above the line A_i-B_i corresponding to the location of the point X_i; L_{Cix} – length of the tire contact arc with the i-roller surface corresponding to the location of the point X_i; L_{ix} – distance from the initial tire contact point with the bearing roller A_i to the point X_i; L_{Ci} – length of the tire contact arc with the surface of the i-roller; L_i – length of the tire contact line A_i-B_i with the i-roller; r_R – radius of the bearing roller; β_{ix} – angle between the line A_i-O_i and the line X_i-O_i; X_{ix} – coordinate of the point X_i

Действительная длина пятна контакта L_{Di} несколько меньше длины дуги контакта L_{Ci} по причине неизбежного для шин возникновения сопутствующей радиальной деформации вблизи пятна их контакта с поверхностью опорного ролика (рис. 4).

Тогда действительная длина пятна контакта шины с поверхностью *i*-го опорного ролика L_{Di} будет найдена из выражения [9]

$$L_{Di} = L_{Ci} \cdot k. \tag{19}$$

Коэффициент *k* в формуле (19), учитывающий сопутствующую радиальную деформацию профиля шины в пятне её контакта, рассчитывается следующим образом [9]

$$k = 0,75 \cdot \left(\frac{r_R}{r_{K0}} \right)^{0,0214}. \tag{20}$$

Нормальная реакция R_{Zi}, действующая со стороны *i*-го опорного ролика на шину, определяется из выражения

$$R_{Zi} = \int_0^{L_{Di}} n_{ix} dx, \tag{21}$$

где L_{Di} – длина пятна контакта эластичной шины с поверхностью *i*-го опорного ролика, м.

Продольная касательная реакция R_{Xi}, действующая со стороны *i*-го опорного ролика на шину, определяется из выражения

$$R_{Xi} = \int_0^{L_{Di}} \tau_{ix} dx. \tag{22}$$

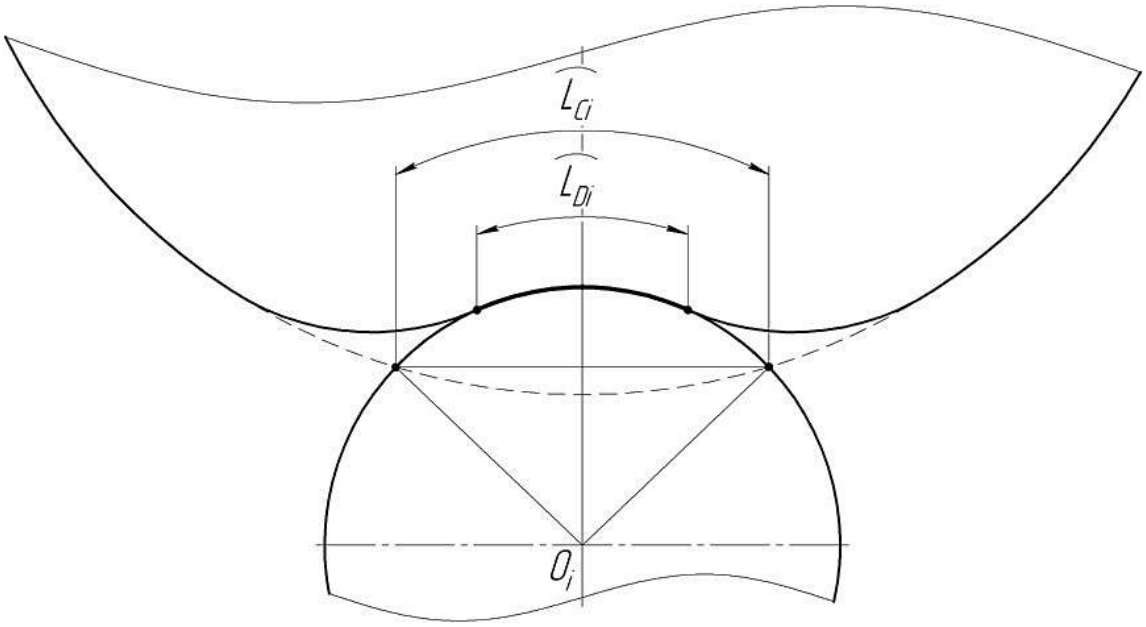


Рис. 4. Расчетная схема определения длины L_{Di} пятна контакта шины с i-м роликом с учетом её сопутствующей радиальной деформации: L_{Ci} – длина дуги касания шины с поверхностью i-го ролика; L_{Di} – действительная длина пятна контакта шины с поверхностью i-го опорного ролика

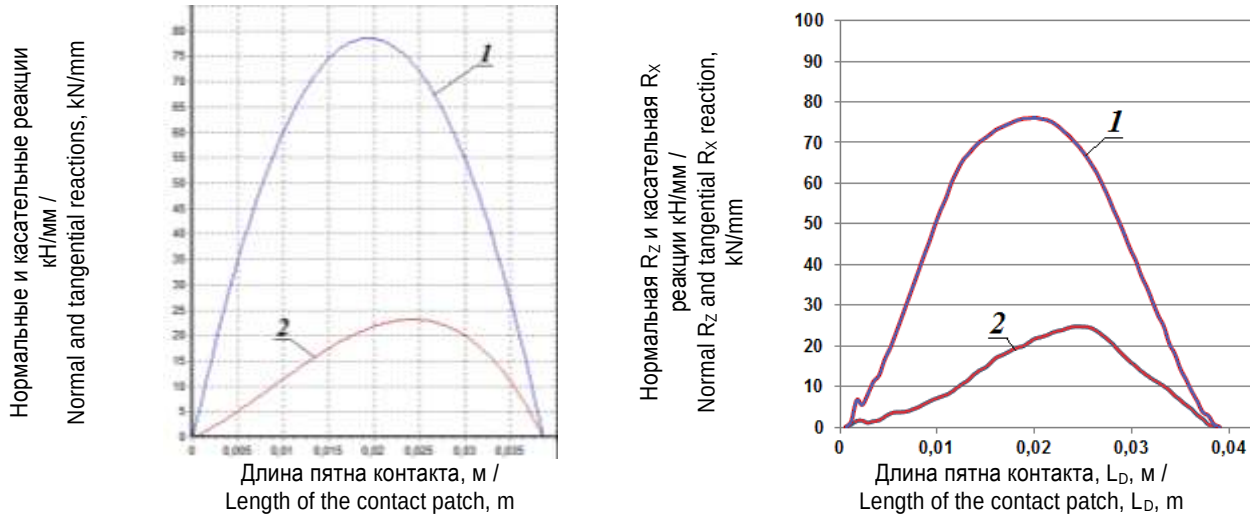
Fig. 4. Design diagram for the determination of the length L_{Di} of the tire contact patch with the i-roller taking into account radial deflection accompanying it: L_{Ci} – length of the tire contact arc with the surface of the i-roller; L_{Di} – actual length of the tire contact patch with the surface of the i- bearing roller

Заключение

Разработанное математическое описание позволяет с приемлемой для практических целей точностью рассчитывать формы эпюр распределения нормальной R_Z и продольной касательной R_X реакций в пятне контакта эластичной шины с поверхностями опорных роликов диагностического стенда, а также рассчитывать их численные значения.

Результаты расчета и эксперимента представлены на рис. 5 и 6. Экспериментальное исследование производилось на шине марки *Amtel Planet* типоразмера 175/70 R13 82H. Давление воздуха в шине составляло 2,1 кПа, величина нормальной нагрузки на колесо G_K – 3750 Н [9].

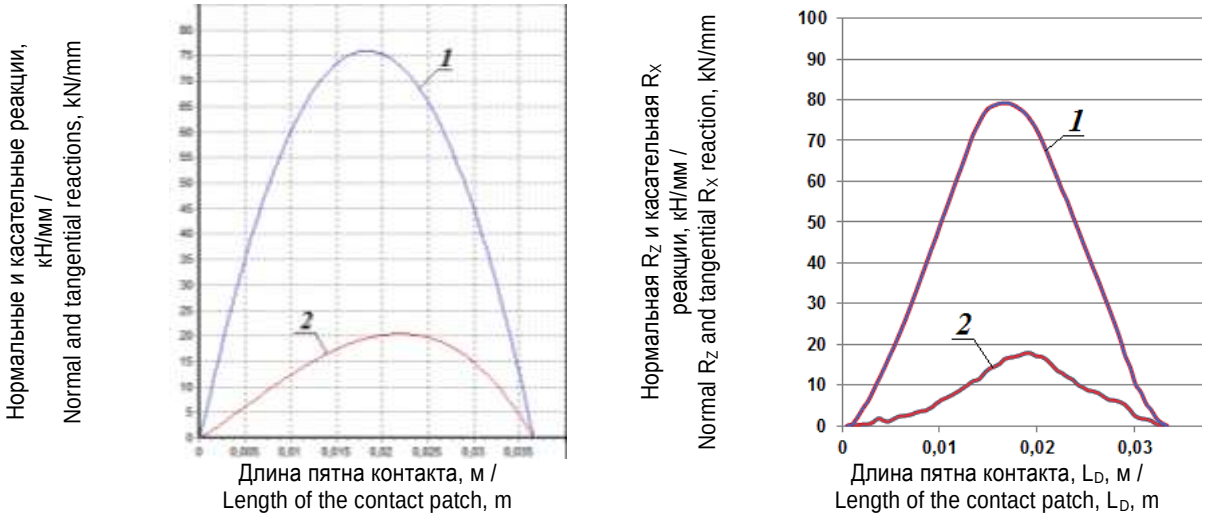
Построенное на основе простых зависимостей математическое описание позволяет расчетным путем получать эпюры распределения нормальных R_Z и касательных R_X реакций, а также производить анализ их количественных изменений при варьировании приложенной к колесу нормальной нагрузки G_K.



а *б*

Рис. 5. Эпюры распределения нормальной R_Z и касательной R_X реакций в пятне контакта эластичной шины с поверхностью заднего опорного ролика диагностического стенда (1 – нормальной R_Z реакции, 2 – касательной R_X реакции): а – расчёт; б – эксперимент

Fig. 5. Diagrams of normal R_Z and tangential R_X reactions in the elastic tire contact patch with the surface of the rear bearing roller of the test bench (1 – normal reaction R_Z, 2 – tangential reaction R_X): a – calculation; b – experiment



a *b*

Рис. 6. Эпюры распределения нормальной R_Z и касательной R_X реакций в пятне контакта эластичной шины с поверхностью переднего опорного ролика диагностического стенда (1 – нормальной R_Z реакции, 2 – распределение касательной R_X реакции): а – расчёт; b – эксперимент

Fig. 6. Diagrams of normal R_Z and tangential R_X reactions in the elastic tire contact patch with the surface of the front bearing roller of the testbench (1 – normal reaction R_Z, 2 – tangential reaction R_X): a – calculation; b – experiment

С научной точки зрения данное математическое описание целесообразно использовать в расчетах стационарных характеристик эластичных шин. Для исследования динамических процессов разработанное математическое описание требует доработки, учитывающей динамику взаимодействия эластичной шины с цилиндрическими поверхностями опорных роликов диагностического стенда.

Библиографический список

1. Федотов А.И., Бойко А.В., Потапов А.С. О повторяемости измерений параметров процесса торможения автомобиля на стенде с беговыми барабанами // Вестник ИрГТУ. 2008. № 1. С. 63–71.
2. Федотов А.И., Портнягин Е.М. К вопросу о тестовых воздействиях на объект диагностирования // Вестник ИрГТУ. 2011. № 5 (52). С. 95–100.
3. Федотов А.И., Бойко А.В. Эффективность стендовых методов контроля тормозных систем автомобилей в условиях эксплуатации: сб. трудов II Международной научно-практической конференции. Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2009. С. 115–125.
4. Федотов А.И., Бойко А.В., Буранов А.В., Цогт Д. Экспериментальное исследование параметров, характеризующих взаимодействие автомобильного колеса с опорными роликами диагностических стендов // Вестник ИрГТУ. 2009. № 4 (40). С. 72–77.
5. Федотов А.И., Бойко А.В., Яньков О.С., Марков А.С. Экспериментальное исследование радиуса качения колеса в ведомом режиме на роликовом стенде // Вестник ИрГТУ. 2016 г. № 1 (108). С. 152–157.
6. Яньков О.С. Экспериментальное исследование процесса взаимодействия эластичной шины автомобильного колеса с опорными роликами диагностического стенда // Вестник ИрГТУ. 2016. № 2 (109). С. 127–134.
7. Федотов А.И., Бойко А.В., Халезов В.П. Экспериментальные исследования процесса взаимодействия эластичной шины с беговым барабаном и дорогой // Вестник ИрГТУ. 2012. № 9 (68) С. 157–163.
8. Бойко А.В. Математическая модель для расчтта нормальных и касательных напряжений в пятне контакта эластичной шины с дорогой и беговым барабаном диагностического стенда // Вестник ИрГТУ. 2012. № 11 (70). С. 128–131.
9. Кнороз В.И. Кленников Е.В. Работа автомобильной шины. М.: Транспорт, 1976. 238 с.

References

1. Fedotov A.I., Bojko A.V., Potapov A.S. *O povtorjaemosti izmerenij parametrov processa tormozhenija avtomobilja na stende s begovymi barabanami* [On measurement repeatability of vehicle braking parameters on the chassis dynamometer test bench]. *Vestnik IrGTU* [Proceedings of Irkutsk State Technical University]. 2008, no. 1., pp. 63–71. (In Russian)
2. Fedotov A.I., Portnjagin E.M. *K voprosu o testovyh vozdejstvijah na objekt diagnostirovanija* [On the test effects on the object of diagnosis]. *Vestnik IrGTU* [Proceedings of Irkutsk State Technical University]. 2011, no. 5 (52), pp. 95–100. (In Russian)
3. Fedotov A.I., Bojko A.V. *Jeffektivnost' stendovyh metodov kontrolja tormoznyh sistem avtomobilej v uslovijah jekspluatacii* [Efficiency of test bench methods to control vehicle brake systems under operation]. *Sbornik trudov II Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii* [Proceedings of the II International Scientific and Practical Conference]. Irkutsk, IrGTU Publ., 2009, pp. 115–125. (In Russian)
4. Fedotov A.I., Bojko A.V., Buranov A.V., Cogt D. *Jeksperimental'noe issledovanie parametrov, harakterizujushhih vzaimodejstvie avtomobil'nogo kolesa s opornymi rolikami diagnosticheskih stendov* [The experimental study of the parameters characteristic of interaction of an automobile wheel with the bearing rollers of diagnostic stands]. *Vestnik IrGTU* [Proceedings of Irkutsk State Technical University]. 2009, no. 4 (40), pp. 72–77. (In Russian)
5. Fedotov A.I., Bojko A.V., Jan'kov O.S., Markov A.S. *Jeksperimental'noe issledovanie radiusa kachenija kolesa v vedomom rezhime na rolikovom stende* [Experimental study of the wheel rolling radius in a slave mode on a roller test bench]. *Vestnik IrGTU* [Proceedings of Irkutsk State Technical University]. 2016, no. 1 (108), pp. 152-157. (In Russian)
6. Jan'kov O.S. *Jeksperimental'noe issledovanie processa vzaimodejstvija jelastichnoj shiny avtomobil'nogo kolesa s opornymi rolikami diagnosticheskogo stenda* [Experimental study of the wheel elastic tire interaction with test bench support rollers]. *Vestnik IrGTU* [Proceedings of Irkutsk State Technical University]. 2016, no. 2 (109), pp. 127–134. (In Russian)
7. Fedotov A.I., Bojko A.V., Halezov V.P. *Jeksperimental'nye issledovanija processa vzaimodejstvija jelastichnoj shiny s begovym barabanom i dorogoj* [Pilot studies of elastic wheel interaction with chassis dynamometer and road]. *Vestnik IrGTU* [Proceedings of Irkutsk State Technical University]. 2012, no. 9 (68), pp. 157–163. (In Russian)
8. Bojko A.V. *Matematicheskaja model' dlja raschjota normal'nyh i kasa-tel'nyh naprjazhenij v pjatne kontakta jelastichnoj shiny s dorogoj i begovym barabanom diagnosticheskogo stenda* [Mathematical model to calculate normal and tangential shearing stresses in elastic tire contact patch with road and chassis dynamometer test bed]. *Vestnik IrGTU* [Proceedings

of Irkutsk State Technical University]. 2012, no. 11 (70), pp. 128–131. (In Russian)
9. Knoroz V.I. Klennikov E.V. *Rabota avtomobil'noj shiny* [Vehicle tire operation]. Moscow, Transport Publ., 1976, 238 p. (In Russian)

Критерии авторства

Федотов А.И., Власов В.Г., Яньков О.С. предложили метод построения математических моделей и оценки динамических состояний в задачах поиска и разработки способов и средств вибрационной защиты для объектов с несколькими степенями свободы, провели обобщение и написали рукопись. Федотов А.И., Власов В.Г., Яньков О.С. имеют равные авторские права и несут одинаковую ответственность за плагиат.

Authorship criteria

Fedotov A.I., Vlasov V.G., Yankov O.S. have proposed a method for building mathematical model and evaluation of dynamic states in the problems of search and development of techniques and means of vibration protection for the objects with multiple degrees of freedom. They summarized the material and wrote the manuscript.
Fedotov A.I., Vlasov V.G., Yankov O.S. have equal author's rights and bear equal responsibility for plagiarism.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interests

The authors declare that there is no conflict of interests regarding the publication of this article.

Статья поступила 17.01.2017 г.
The article was received 17 January 2017