УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЦАГИ

Том XVII 1986 № 6

УДК 629.735.33.015.4 : 533.6.013.43 : 629.7.027.23-254

КАЧЕНИЕ УПРУГОЙ ПНЕВМАТИЧЕСКОЙ ШИНЫ С ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЕМ

Е. И. Ларькин, Е. В. Ягольницкий

В рамках уточненной струнной модели получены уравнения качения упругой шины, описывающие процессы ее движения, включая малые поперечные колебания колеса и проскальзывание шины. Рассмотрено стационарное движение колеса с учетом угла увода и проведен расчет частотных характеристик движущейся шины.

Изучение взаимодействия с землей катящегося колеса, снабженного упругой шиной, необходимо для решения задач, связанных с прочностью конструкции самолета и, в частности, для расчета шимми. При теоретическом рассмотрении шимми считают, что качение колеса происходит без проскальзывания шины. Отсутствие проскальзывания обычно постулируется. Однако при качении реальной шины на заднем фронте поверхность контакта обязательно проскальзывает относительно земли, а внешняя касательная нагрузка постепенно уменьшается до нуля [1].

Формирование уравнений качения шины, учитывающих проскальзывание, на базе гипотезы увода [2] или теории Келдыша [3] невозможно при отсутствии ее упруго-массовой модели. Поэтому предварительно были проведены расчеты для выяснения влияния проскальзывания шины на границы устойчивого движения неуправляемых колес самолета. Учет проскальзывания сводится к двум эффектам: снижению эффективной боковой и пяточной жесткостей шины и смещению точки приложения боковой силы, действующей на пневматик со стороны земли. Рассматривалось несколько схем шасси, и в некоторых случаях проскальзывание шины ухудшало устойчивость движения самолета на земле. Это и послужило причиной более точного и детального рассмотрения данного явления.

Благодаря симметрии шины процессы ее движения, связанные с малыми продольными и поперечными колебаниями колеса, можно рассматривать раздельно. Предположим, что материал шины идеально упруг. Будем считать, что невозмущенное движение колеса есть его прямолинейное качение с постоянной скоростью V. Колесо находится под постоянной вертикальной нагрузкой.

Выберем движущуюся с той же скоростью прямоугольную систему координат $o'x'y'z'$, ось $o'y'$ которой перпендикулярна земле, а ось $o'x'$ находится на поверхности земли и направлена против движения

колеса (рис. 1). Введем также связанную с колесом прямоугольную систему координат $oxyz$. Ось oy направим через центр колеса, а ось ox расположим на земле в диаметральной плоскости колеса.

Выразим возмущенное движение корпуса колеса при его поперечных колебаниях смещением $z^*(\tau)$ точки o вдоль оси $o'z'$ и углом $\theta(\tau)$ между осями ox и $o'x'$, где τ — время.

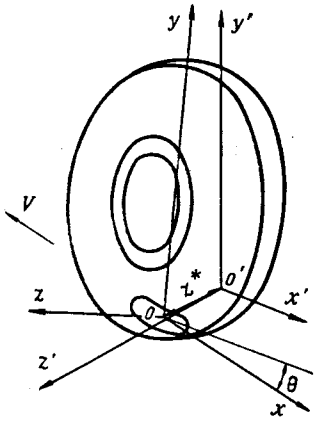


Рис. 1

Смещение точек шины, лежащих при возмущенном движении на земле, выразим через смещение $W(x, \tau)$ точек средней линии пневматика относительно корпуса колеса вдоль оси oz. Смещением пневматика вдоль оси ox при поперечных колебаниях пренебрежем. Пусть величина V_z есть скорость проскальзывания точек шины внутри зоны контакта, а вектор напряжений, действующих на точки шины в контактной области, определим величинами P_y, P_z соответственно направленными вдоль осей oy и oz. При этих предположениях перемещение точек средней линии шины внутри зоны контакта при наличии проскальзывания должно быть подчинено следующим соотношениям:

$$V_z + V\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial \tau} + \frac{dz^*}{d\tau} + x\frac{d\theta}{d\tau} + V\theta = 0;$$

$$P_z = \mu P_y \operatorname{sign} V_z,$$

где μ — коэффициент трения.

В области, где отсутствует проскальзывание шины, т. е. где $V_z = 0$, выполняются уравнения:

$$V\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial \tau} + \frac{dz^*}{d\tau} + x\frac{d\theta}{d\tau} + V\theta = 0;$$

$$P_z < \mu P_y.$$

Перейдем к математическому описанию модели шины. Представим ее каркас состоящим из некоторого количества параллельных струн, соединенных нерастяжимыми нитями корда [4]. Струны упруго связаны с недеформируемым корпусом колеса. К струнам крепится большое количество профильных упругих элементов, так что концы элементов имеют контакт с землей и воспринимают внешнюю нагрузку с ее стороны. Деформация профильных элементов вне контактной области равна нулю. Материал профильных элементов однороден и в пределах малых колебаний подчиняется закону Гука. Тогда можно записать:

$$P_z = -c_p W_p,$$

где c_p — жесткость профильных элементов в боковом направлении, W_p — деформация элементов в боковом направлении.

Предположим, что при поперечных колебаниях точки связи струн с нитями корда смещаются только в боковом направлении и расстояние между струнами остается неизменным. Рассматривая равновесие сил, действующих на элемент шины длиной dx и полной шириной пневматика $2L^*$, получим уравнение растянутых и жестко связанных струн:

$$\rho \frac{\partial^2 W_s(x, \tau)}{\partial x^2} - c_s W_s(x, \tau) = P_z(x, \tau), \qquad (1)$$

где ρ — натяжение струн; c_s — жесткость соединения струн с корпусом колеса; W_s — деформация струн в боковом направлении.

Таким образом, полное отклонение шины в контактной области будет состоять из деформации профильных элементов W_p и отклонения струн W_s:

$$W = W_p + W_s \quad \text{при} \quad |x| \leqslant L,$$

где L — полудлина контакта.

Преобразуем уравнение (1). Для этого введем константы:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\rho}{c_s}}; \quad \sigma_c = \sqrt{\frac{\rho}{c_s + c_p}}; \quad \varepsilon = \frac{\sigma_c}{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{1 + c_p/c_s}}. \qquad (2)$$

Учитывая соотношения (2), уравнение (1) приводим к виду

$$\sigma_c^2 \frac{\partial^2 W_s}{\partial x^2} - W_s = (\varepsilon^2 - 1) W \quad \text{при} \quad |x| \leqslant L.$$

При $|x| > L$ будем иметь

$$\sigma^2 \frac{\partial^2 W_s}{\partial x^2} - W_s = 0. \qquad (3)$$

Общее решение уравнения (3) при отсутствии боковой нагрузки можно представить в виде

$$W_s(x, \tau) = W_1(\tau) \exp\left(\frac{x + L}{\sigma}\right) + W_2(\tau) \exp\left(-\frac{L + l^* + x}{\sigma}\right),$$

где σ — длина участка релаксации; $l^* + 2L$ — длина окружности шины в диаметральной плоскости; $W_1(\tau)$ и $W_2(\tau)$ — соответственно деформация струны в передней и задней точках контакта.

Если принять член $\exp\left(-\frac{l^*}{\sigma}\right)$ равным нулю, то из (3) получим:

$$\left.\frac{\partial W_s}{\partial x}\right|_{x=-L} = \frac{W_1}{\sigma}; \quad \left.\frac{\partial W_s}{\partial x}\right|_{x=L} = -\frac{W_2}{\sigma}.$$

Сила и момент, действующие на пневматик, вычисляются интегрированием по контактной области Λ. При поперечных колебаниях боковая сила и момент равны:

$$F = -\int_{\Lambda} P_z(x, \tau)\, d\Lambda; \quad M = \int_{\Lambda} x P_z(x, \tau)\, d\Lambda.$$

Будем считать, что вертикальная нагрузка распределяется по длине контакта по параболическому закону. Это достаточно близко к экспериментальным результатам. Тогда

$$P_y = P_y^0 \left[1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right],$$

где $P_y^0 = \frac{3N}{4L}$ — обозначает максимум величины P_y в точке $x = 0$;

N — вертикальная сила, действующая на ось колеса.

Таким образом, на первом участке зоны контакта, где отсутствует проскальзывание шины, для нахождения деформаций струны и профильных элементов используется система уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &V\frac{\partial W^{\mathrm{I}}}{\partial x}+\frac{\partial W^{\mathrm{I}}}{\partial \tau}+\frac{dz^*}{d\tau}+x\frac{d\theta}{d\tau}+V\theta=0;\\ &\sigma_c^2\frac{\partial W_s^{\mathrm{I}}}{\partial x^2}-W_s^{\mathrm{I}}=(\varepsilon^2-1)\,W^{\mathrm{I}};\\ &W^{\mathrm{I}}=W_s^{\mathrm{I}}+W_p^{\mathrm{I}};\quad |P_z|<\mu P_y. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

При этом должны выполняться граничные условия:

$$\left.\begin{aligned} &1)\ W^{\mathrm{I}}=W_1,\\ &2)\ W_s^{\mathrm{I}}=W_1,\\ &3)\ \frac{\partial W^{\mathrm{I}}}{\partial x}=\frac{W_1}{\sigma} \end{aligned}\right\} \text{ при } x=-L.$$

При выполнении граничного условия $W^I=W_1$ решение первого уравнения (4) будет иметь вид

$$W^{\mathrm{I}}=(W_1+z^*-L\theta)\exp\left[-P_s(x+L)\right]-z^*-x\theta. \tag{5}$$

Решение записано в операторной форме $p_s=p/V$, где p — оператор Лапласа.

Подставляя уравнение (5) во второе уравнение системы (4), найдем

$$W_s^{\mathrm{I}}=C_1\exp\left(\frac{x}{\sigma_c}\right)+C_2\exp\left(-\frac{x}{\sigma_c}\right)+$$

$$+(\varepsilon^2-1)\left\{\frac{K}{\sigma_c^2p_s^2-1}\exp\left[-p_s(x+L)\right]+z^*+x\theta\right\}, \tag{6}$$

где $K=W_1+z^*-L\theta$.

Первое уравнение качения находится из условия $\frac{\partial W^{\mathrm{I}}}{\partial x}=\frac{W_1}{\sigma}$ при $x=-L$:

$$\left(\frac{1}{\sigma}+p_s\right)W_1+p_sz^*+(1-p_sL)\theta=0. \tag{7}$$

Это уравнение совпадает с уравнением качения струнной теории пневматика, катящегося без проскальзывания.

Во второй зоне контактной области, где происходит проскальзывание шины, должна выполняться следующая система уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &V_z+V\frac{\partial W^{\mathrm{II}}}{\partial x}+\frac{\partial W^{\mathrm{II}}}{\partial \tau}+\frac{dz^*}{d\tau}+x\frac{d\theta}{d\tau}+V\theta=0;\\ &\sigma^2\frac{\partial^2 W_s^{\mathrm{II}}}{\partial x^2}-W_s^{\mathrm{II}}=\frac{P_z}{c_s};\\ &P_z=\mu P_y(x)\operatorname{sign}V_z;\\ &W_p=-P_z/c_p. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Граничные условия имеют вид:

$$\left.\begin{array}{ll} 1) & W^{\mathrm{I}} = W^{\mathrm{II}} \\ 2) & W_s^{\mathrm{I}} = W_s^{\mathrm{II}} \\ 3) & \dfrac{\partial W_s^{\mathrm{I}}}{\partial x} = \dfrac{\partial W_s^{\mathrm{II}}}{\partial x} \end{array}\right\} \text{при } x = L_1;$$

$$4) \quad \frac{\partial W_s^{\mathrm{II}}}{\partial x} = -\frac{W_s^{\mathrm{II}}}{\sigma} \text{ при } x = L.$$

Используя первое граничное условие в точке $x = L_1$, получим общее решение первого уравнения (8):

$$W^{\mathrm{II}} = \left\{K \exp\left[-p_s(L + L_1)\right] + \frac{1}{p_s}\frac{V_z}{V}\right\} \exp\left[-p_s(x - L_1)\right] - z^* - \\ - \frac{1}{p_s}\frac{V_z}{V} - x\theta. \tag{9}$$

Из соотношения $W_s^{\mathrm{II}} - W^{\mathrm{II}} = \frac{\mu}{c_p} P_y(x) \operatorname{sign} V_z$ находим

$$W_s^{\mathrm{II}} = \left\{K \exp\left[-p_s(L + L_1)\right] + \frac{1}{p_s}\frac{V_z}{V}\right\} \exp\left[-p_s(x - L_1)\right] - \\ - z^* - \frac{1}{p_s}\frac{V_z}{V} - x\theta + \frac{\mu}{c_p} P_y(x) \operatorname{sign} V_z. \tag{10}$$

Выполняя граничные условия $W_s^{\mathrm{I}} = W_1$ при $x = -L$ и $W_s^{\mathrm{I}} = W_s^{\mathrm{II}}$ при $x = L_1$, находим деформацию струн на первом участке, т. е. определяем константы C_1 и C_2:

$$\left.\begin{array}{l} C_1 = \left[\varepsilon^2 W_1 - C_2 \exp\left(\dfrac{L}{\sigma_c}\right)\right] \exp\left(\dfrac{L}{\sigma_c}\right); \\ C_2 = \dfrac{\varepsilon^2}{K_1}\left\{-W_1 \exp\left(\dfrac{L + L_1}{\sigma_c}\right) + K \exp\left[-p_s(L_1 + L)\right] - z^* - L_1\theta\right\} + \\ \quad + \dfrac{\mu}{K_1 c_p} P_y(L_1) \operatorname{sign} V_z; \quad K_1 = \exp\left(-\dfrac{L_1}{\sigma_c}\right) - \exp\left(\dfrac{L_1}{\sigma_c}\right). \end{array}\right\} \tag{11}$$

Таким образом, соотношения (5), (6), (9), (10) и (11) дают полное распределение деформации шины в контактной области при нашей схематизации пневматика.

При выполнении граничных условий: $\frac{\partial W_s^{\mathrm{I}}}{\partial x} = \frac{\partial W_s^{\mathrm{II}}}{\partial x}$ при $x = L_1$, $\frac{\partial W_s^{\mathrm{II}}}{x} = -\frac{W_s^{\mathrm{II}}}{\sigma}$ при $x = L$ находим второе и третье уравнения качения:

$$\left.\begin{array}{l} W_1 \exp\left(-\dfrac{L_1 + L}{\sigma}\right) + K(1 - \sigma^2 p_s^2) \exp\left[-p_s(L - L_1)\right] + \\ \quad + z^* + L_1\theta - \dfrac{\mu P_y^0}{c_s}\left[1 - \left(\dfrac{L_1}{L}\right)^2\right] \operatorname{sign} V_z = 0; \\ (\sigma P_s - 1) K \exp(-2p_s L) + \left(\sigma - \dfrac{1}{p_s}\right)\dfrac{V_z}{V} \exp\left[-p_s(L - L_1) + \right. \\ \quad \left. + \dfrac{1}{p_s}\dfrac{V_z}{V} + z^* + (\sigma + L)\theta + 2\dfrac{\sigma}{L}\varepsilon^2 \dfrac{\mu P_y^0}{c_s} \operatorname{sign} V_z = 0. \right. \end{array}\right\} \tag{12}$$

Первое уравнение (12), а также соотношения (11) приближенные. Они получены в предположении малости величины $\sigma_c^2 p_s^2$ по сравнению с единицей. Предварительный анализ, а также последующие расчеты показали, что $(\sigma_c^2 p_s^2)_{\max} \approx 0{,}01 \div 0{,}02$.

Боковая сила, действующая на катящуюся шину, будет состоять из боковой силы на участке отсутствия проскальзывания

$$F^{\mathrm{I}} = \int_{-L}^{L_1} \left[\sigma^2 c_s \frac{\partial^2 W_s^1}{\partial x^2} - c_s W_s^1 \right] dx$$

и из боковой силы на втором участке

$$F^{\mathrm{II}} = \int_{L_1}^{L} P_z\, dx = \int_{L_1}^{L} \mu P_y^0 \left[1 - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] \operatorname{sign} V_z\, dx =$$

$$= \mu P_y^0 \left[(L - L_1) - \frac{L^3 - L_1^3}{3L^2} \right] \operatorname{sign} V_z.$$

Окончательно:

$$F = c_p \varepsilon^2 \left\{ \sigma_c W_1 \left[\exp\left(-\frac{L - L_1}{\sigma_c} \right) - 1 \right] + K \left(\frac{1 - \sigma^2 p_s^2}{p_s} \right) [\exp(-p_s(L + L_1)) - 1] - \right.$$

$$\left. - (L + L_1) z^* - \frac{L_1^2 - L^2}{2} \theta \right\} + \mu P_y^0 \left[(L - L_1) - \frac{L^3 - L_1^3}{3L^2} \right] \operatorname{sign} V_z.$$

Аналогично для момента, действующего в контактной области:

$$M = c_p \varepsilon^2 \left\{ W_1 \sigma \left[(L_1 + \sigma_c) \exp\left(-\frac{L_1 + L}{\sigma_c} \right) + (L_1 - \sigma_c) \right] + \frac{L_1^2 - L^2}{2} z^* + \right.$$

$$\left. + \frac{L_1^3 - L^3}{3} \theta + \frac{1 - \sigma^2 p_s^2}{p_s^2} K \left[(1 + p_s L) \exp(-p_s(L_1 + L)) + (p_s L - 1) \right] \right\} +$$

$$+ \frac{\mu P_y^0 L^2}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{L_1^2}{L^2} + \frac{L_1^4}{2L^4} \right) \operatorname{sign} V_z.$$

1. Стационарное качение колеса с постоянным углом увода. Предполагаем, что на переднем фронте контакта проскальзывание шины отсутствует. Оно начинает возникать в некоторой точке контакта, расположенной на расстоянии L_1 от начала координат. Далее считаем, что при положительных углах увода отклонения струн положительные, а скорость проскальзывания точек шины отрицательная. Интегрируя первое уравнение (4), которое в стационарном случае имеет вид

$$\frac{dW^1}{dx} + \theta = 0,$$

и используя граничное условие $W^1 = W_1$ в точке $x = -L$, получим:

$$W^1 = W_1 - (L + x)\theta. \tag{13}$$

Уравнение (13) показывает, что контактная линия шины в области непроскальзывания — прямая линия, параллельная направлению движения колеса. Используя остальные два граничных условия в точке

$x=-L$, решим второе уравнение (4), т. е. определим смещение струны на первом участке контакта:

$$W_s^{\mathrm{I}}=\left\{\frac{1}{2}\varepsilon\left[(1+\varepsilon)\exp\left(\frac{L+x}{\sigma_c}\right)-(1-\varepsilon)\exp\left(-\frac{L+x}{\sigma_c}\right)\right]+(1-\varepsilon^2)\right\}W_1+$$

$$+(1-\varepsilon^2)\left\{\frac{1}{2}\sigma_c\left[\exp\left(\frac{L+x}{\sigma_c}\right)-\exp\left(-\frac{L+x}{\sigma_c}\right)\right]-L-x\right\}\theta. \qquad (14)$$

Решение второго уравнения (8) содержит две константы интегрирования. Используя одно граничное условие в точке $x=L$, получим для области $L_1\leqslant x\leqslant L$:

$$W_s^{\mathrm{II}}=C\exp\left(-\frac{x}{\sigma}\right)+\sigma\left(1+\frac{\sigma}{L}\right)\exp\left(-\frac{L-x}{\sigma}\right)+L-\frac{x^2}{L}-2\frac{\sigma^2}{L}. \qquad (15)$$

Аналогично для W^{II}:

$$W^{\mathrm{II}}=C\exp\left(-\frac{x}{\sigma}\right)+\sigma\left(1+\frac{\sigma}{L}\right)\exp\left(\frac{x-L}{\sigma}\right)+\frac{L-\frac{x^2}{L}}{1-\varepsilon^2}-2\frac{\sigma^2}{L}, \qquad (16)$$

где C — константа интегрирования.

Уравнения (13)—(16) содержат неизвестные L_1, C, W_1 (или θ). Они определяются при использовании трех граничных условий в точке $x=L_1$. Для упрощения последующих формул введем безразмерные величины:

$$\overline{W}_1=\frac{W_1}{L};\quad \bar{\sigma}=\frac{\sigma}{L};\quad \bar{\sigma}_c=\frac{\sigma_c}{L};\quad \bar{L}_1=\frac{L_1}{L};$$

$$\bar{\theta}=\frac{c_s L}{\mu P_y^0}\theta;\quad \bar{P}_z=\frac{P_z}{\mu P_y^0};\quad \bar{F}=\frac{F}{\mu L P_y^0}.$$

Черточки при обозначении безразмерных величин в дальнейшем опустим. После преобразований получим θ как функцию L_1:

$$\theta=-2\frac{\left\{\frac{1-L_1^2}{1-\varepsilon^2}+2\sigma\left[-L_1-\sigma+(1+\sigma)\exp\left(-\frac{1+L_1}{\sigma}\right)\right]\right\}B+\varepsilon\frac{1-L_1^2}{1-\varepsilon^2}A}{AD+EB}, \qquad (17)$$

где

$$A=2+(1+\varepsilon)\exp\left(\frac{1+L_1}{\sigma_c}\right)+(1-\varepsilon)\exp\left(-\frac{1+L_1}{\sigma_c}\right);$$

$$B=-2\varepsilon+(1-\varepsilon)\exp\left(\frac{1+L_1}{\sigma_c}\right)-(1-\varepsilon)\exp\left(-\frac{1+L_1}{\sigma_c}\right);$$

$$E=2(1+L_1)+\sigma(1-\varepsilon^2)\left[2-\exp\left(\frac{1+L_1}{\sigma_c}\right)-\exp\left(-\frac{1+L_1}{\sigma_c}\right)\right];$$

$$D=2\varepsilon(1+L_1)+\sigma(1-\varepsilon^2)\left[\exp\left(\frac{1+L_1}{\sigma_c}\right)-\exp\left(-\frac{1+L_1}{\sigma_c}\right)\right].$$

Если известна величина θ, то W_1 может быть найдена по формуле

$$W_1=\frac{2\varepsilon\frac{1-L_1^2}{1-\varepsilon^2}-D\theta}{B}, \qquad (18)$$

а константа C — из соотношения

$$C=\left\{W_1-(1+L_1)\theta-\sigma(\sigma+1)\exp\left(-\frac{1-L_1}{\sigma}\right)+2\sigma^2-\frac{1-L_1^2}{1-\varepsilon^2}\right\}\exp\left(\frac{L_1}{\sigma}\right). \qquad (19)$$

Таким образом, уравнения (13) — (16) совместно с соотношениями (17)—(19) описывают деформацию точек шины, лежащих в контактной области. Пример ее поведения для одного из вариантов расчета приведен на рис. 2.

Зная распределение деформации шины, определим боковую силу, действующую на нее:

$$F = \frac{1}{3}(2 - 3L_1 + L_1^3) W_1 + (1 + \sigma)(1 + L_1)(W_1 + \theta) + \frac{1}{2}(1 - L_1^2)\theta + \\ + \sigma(W_1 - \sigma\theta)\left[1 - \exp\left(\frac{1 + L_1}{\sigma_c}\right)\right].$$

Рассмотрим предельные случаи. При $L_1 = 1$ проскальзывание отсутствует. В этом случае справедливы соотношения:

$$\left.\begin{aligned} W_1 &= -\frac{4\varepsilon + \sigma(1 - \varepsilon^2)\left[\exp\left(\frac{2}{\sigma_c}\right) - \exp\left(-\frac{2}{\sigma_c}\right)\right]}{-2\varepsilon + (1 + \varepsilon)\exp\left(\frac{2}{\sigma_c}\right) - (1 - \varepsilon)\exp\left(-\frac{2}{\sigma_c}\right)}\theta; \\ F &= 2(1 + \sigma)(W_1 + \theta) + \left[1 - \exp\left(\frac{2}{\sigma_c}\right)\right][\sigma W_1 - (1 - \varepsilon^2)\sigma^2]\theta. \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

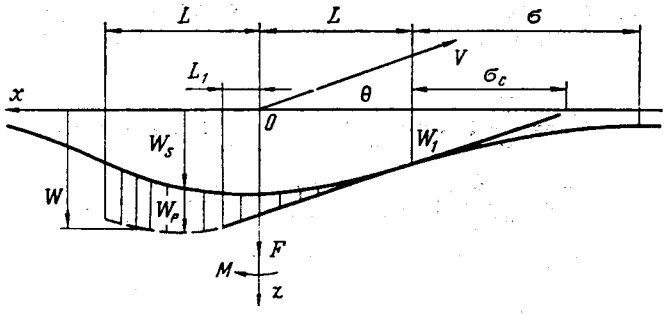


Рис. 2

Из (20) при $\varepsilon \to 0$ можно получить известные соотношения струнной теории качения шины:

$$W_1 = -\sigma\theta; \quad F = 2(1 + \sigma)^2\theta.$$

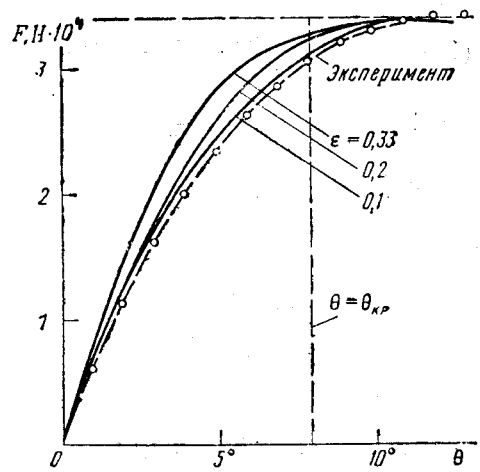


Рис. 3

При $L_1 = -1$ шина проскальзывает по всей контактной области. Боковая сила равна $F_{ск} = \frac{4}{3}$. Критический угол, при котором $F = 0{,}9F_{ск}$, определяется из соотношения

$$\theta_{кр} = (1 + \sigma)\exp\left(-\frac{2}{\sigma}\right) - \sigma + 1.$$

На рис. 3 показан пример расчета силы бокового увода одной из авиационных шин при нескольких значения параметра ε.

2. Расчет частотных характеристик шины. Решение полученных уравнений качения с учетом проскальзывания шины представляет собой большую трудность. Система уравнений движения получилась громоздкой и существенно нелинейной. Дополнительную сложность вносила практическая невозможность ее численного интегрирования по времени. Невозможно было применять и обратное преобразование Лапласа с целью перехода от изображения к оригиналу.

Кроме того, отсутствие экспериментальных данных о влиянии проскальзывания на динамику качения колес делает теоретический анализ несколько академичным. Можно также ожидать изменения параметров шины в процессе движения в зависимости от состояния поверхности земли, типа протектора шины, скорости качения. Однако, несмотря на это, качественная сторона получающихся зависимостей реакций земли от параметров пневматика представляет интерес для исследователей шимми.

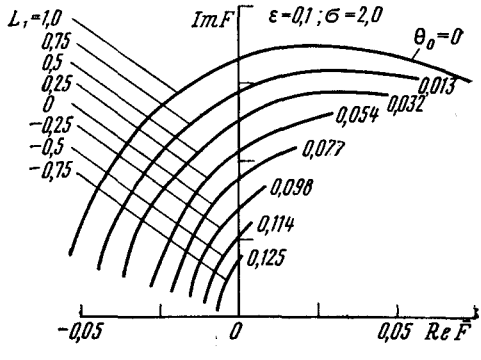


Рис. 4

Алгоритм расчета частотных характеристик строился следующим образом. Переменные W_1, K, p_s, $\operatorname{sign} V_z$, V_z, F, M записывались в комплексном виде. Из первого уравнения качения (7) находилось выражение для W_1 в комплексной форме для определенного значения частоты $\omega\left(p_s = i\frac{\omega}{V}\right)$. При заданной амплитуде θ_0 в (17) для различных L_1 из системы (12) находились V_z и $\operatorname{sign} V_z$ и затем подставлялись в выражение для боковой силы. Передаточные функции определялись как

$$|G_{F\theta}| = \sqrt{(\operatorname{Re} F)^2 + (\operatorname{Im} F)^2}\ ; \qquad -\varphi_{F\theta} = \frac{180^\circ}{\pi}\operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{Im} F}{\operatorname{Re} F}\right).$$

Аналогично определялись $|G_{M\theta}|$ и $\varphi_{M\theta}$ для момента, действующего на пневматик.

На рис. 4 показано поведение годографов боковой силы при различных θ.

Полученные результаты позволяют сделать предварительный вывод, что практически всегда учет проскальзывания снижает величину боковой силы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гоздек В. С. Об уравнениях качения упругой шины. — Ученые записки ЦАГИ, 1970, т. 1, № 4.

2. Неймарк Ю. Н., Фуфаев Н. А. Динамика неголономных систем. — М.: Наука, 1967.

3. Келдыш М. В. Шимми переднего колеса трехколесного шасси. — Труды ЦАГИ, 1945, вып. 564.

4. Pacejka H. B. The wheel shimmy phenomenon — Ph. D. Thesis, Delft Technical Institute, Holland, 1966, Dec.

Рукопись поступила 26/VI 1985 г.