

УДК 621.039.517

Моделирование теплоотдачи к газовому теплоносителю с пониженным значением числа Прандтля

**Куликова Т. Н.^{1,2}, Марков П. В.^{1,*},
Солонин В. И.¹**

[*mankov@list.ru](mailto:mankov@list.ru)

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

²АО «НИКИЭТ», Москва, Россия

Промоделирована теплоотдача к газовым теплоносителям со значением молекулярного числа Прандтля в диапазоне от 0,239 до 0,322 при граничном условии второго рода в диапазоне чисел Рейнольдса потока в круглой трубе от 10000 до 50000 и гидродинамически стабилизированном течении. Исследована применимость пяти моделей для турбулентного числа Прандтля. Наилучшее соответствие результатам, прогнозируемым зависимостями Кейса В.М. и Петухова Б.С., дает V2F low-Reynolds number k - ϵ модель турбулентности при использовании аппроксимации для турбулентного числа Прандтля по Кейсу-Кроуфорду-Уэйганду. Совокупность результатов моделирования обобщена аппроксимирующей зависимостью.

Ключевые слова: бинарные газовые смеси, гелиево-ксеноновая смесь, турбулентное число Прандтля, коэффициент теплоотдачи, моделирование теплоотдачи

Введение

Моделирование теплоотдачи к газовым теплоносителям с пониженными значениями числа Прандтля является актуальной задачей вследствие перспективности использования подобных теплоносителей в качестве рабочего тела высокотемпературных транспортных реакторных установок [1, 2].

К этому классу теплоносителей относятся, главным образом, бинарные смеси инертных газов, например, легкого гелия и тяжелого ксенона. Числа Прандтля таких смесей имеют пониженные значения в диапазоне $0,1 \leq Pr \leq 0,67$.

Имеющиеся на текущий момент апробированные данные о теплоотдаче при вынужденной конвекции жидкостей и газов относятся либо к теплоносителям с числами Прандтля порядка единицы и более ($Pr \geq 0,67$), либо к жидкометаллическим теплоносителям с числами Прандтля, существенно меньшими единицы ($Pr \sim 0,01$). В связи

с пониженными значениями числа Прандтля распределение температурного поля по сечению канала для бинарных газовых смесей приобретает черты, характерные для жидких металлов, то есть изменение температуры существенно не только в пристеночной области, но и в ядре потока. В результате уменьшения относительного вклада турбулентного переноса и увеличения вклада молекулярной теплопроводности с уменьшением числа Прандтля, зависимость числа Нуссельта от числа Рейнольдса становится более слабой [3], и применение расчетных зависимостей, разработанных для области $Pr \geq 0,67$, может стать некорректным. В то же время, нельзя полностью пренебречь вязкостными силами и использовать зависимости, характерные для жидких металлов.

Целью данной работы является исследование особенностей теплоотдачи к газам с пониженными числами Прандтля и формулирование условий численного моделирования, позволяющих получить наилучшее соответствие результатов численного и физического экспериментов. Проводившиеся ранее исследования по теплоотдаче к бинарным газовым смесям, упомянутые ниже, формируют определенную базу экспериментальных данных, однако формулируют необходимые условия численного моделирования лишь в общих чертах.

Принимая во внимание то, что большая часть экспериментальных данных по теплоотдаче к газовым теплоносителям с пониженными значениями числа Прандтля относится к течению в цилиндрических каналах с граничными условиями второго рода [4], в данной работе рассматривается моделирование теплоотдачи в круглой трубе с соответствующими граничными условиями.

В качестве основного программного средства использован программный комплекс STAR-CCM+, предназначенный для решения широкого ряда задач гидродинамики, теплопереноса и прочности.

1. Постановка задачи и описание расчетной модели

Рассматривается теплоотдача при стабилизированном течении теплоносителя в круглой трубе внутренним диаметром $d = 6$ мм. Расчетная область (рис. 1) представляет собой объем 1/4 трубы, ограниченный двумя взаимно перпендикулярными плоскостями симметрии. Расчетная область имеет длину 1 м и включает в себя участок гидродинамической стабилизации длиной 300 мм, обогреваемый участок длиной $L_{об} = 600$ мм и выходной необогреваемый участок длиной 100 мм.

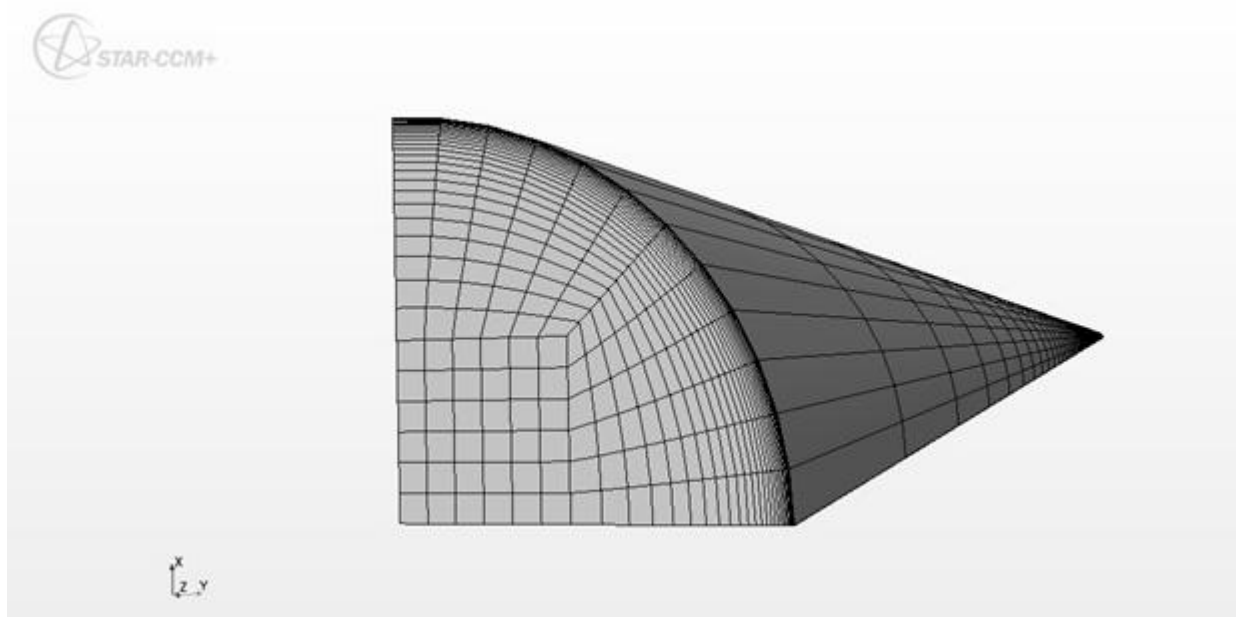


Рисунок 1 – Расчетная область (вариант сетки для $Re = 3 \cdot 10^4$)

Распределение скорости на входе в расчетную область задано равномерным по сечению, на входе в обогреваемый участок течение было гидродинамически стабилизированным.

Допущения, используемые в расчете:

- теплоноситель является идеальным газом;
- динамическая вязкость и коэффициент теплопроводности теплоносителя являются функциями только температуры;
- внутренняя поверхность трубы является гидравлически гладкой.

Моделировалось течение гелиево-ксеноновых смесей с различным содержанием гелия (таблица 1), имеющих числа Прандтля Pr 0,239, 0,282 и 0,322 при числах Рейнольдса Re в диапазоне от $1 \cdot 10^4$ до $5 \cdot 10^4$.

Число и размер контрольных объемов, входящих в расчетную область, выбиралось в зависимости от моделируемого режима течения таким образом, чтобы величины безразмерных поперечных $\Delta_{\text{поп}}^+$ и продольных $\Delta_{\text{прод}}^+$ размеров объемов оставались примерно постоянными. В результате предварительного поискового моделирования было принято:

$$\Delta_{\text{поп}}^+ = \frac{u_{\tau} \cdot \Delta^{\text{поп}}}{\nu} \approx 110;$$

$$\Delta_{\text{прод}}^+ = \frac{u_{\tau} \cdot \Delta^{\text{прод}}}{\nu} \approx 1600,$$

где u_{τ} – скорость трения, $\Delta^{\text{поп}}$, $\Delta^{\text{прод}}$ – поперечный и продольный размеры объемов соответственно, ν – кинематическая вязкость.

В пристенной области образовано «сгущение» сетки, обеспечивающее значение безразмерной координаты геометрических центров контрольных объемов, непосредственно прилегающих к поверхности трубы, равное $y^+ \sim 0,7 \dots 0,85$.

Таблица 1 – Теплофизические свойства теплоносителей на входе в расчетную область

Параметр	Значение		
	Теплоноситель		
	1	2	3
Массовое содержание гелия, %	7,17	1,78	25,32
Молекулярное число Прандтля Pr	0,239	0,282	0,322
Молекулярная масса M	40	83,8	14,5
Плотность ρ , кг/м ³	18,0	37,7	6,5
Динамическая вязкость μ , мкПа·с	58,4	57,5	51,9
Теплоемкость C_p , Дж/(кг·К)	523,1	251,8	1436,1
Теплопроводность λ , Вт/(м·К)	0,128	0,051	0,231

Число призматических ячеек в расчетной области составляет 5940, 60480 и 183438 для чисел Рейнольдса $1 \cdot 10^4$, $3 \cdot 10^4$, $5 \cdot 10^4$ соответственно.

Температура газа на входе в расчетную область задана равной 800 °С, давление на выходе из расчетной области – 3 МПа. Теплофизические свойства теплоносителей определялись по методике инженерного расчета (МИРТС) свойств смеси при фиксированном соотношении её компонентов [5]. Свойства теплоносителей на входе в расчетную область приведены в таблице 1.

Выбор величины теплового потока с наружной поверхности трубы обеспечивает увеличение среднемассовой температуры теплоносителя на 80 °С. Относительно невысокая интенсивность нагрева приводит к малому изменению теплофизических свойств теплоносителя и позволяет рассматривать теплообмен в конечной области обогреваемого участка как близкий к стабилизированному. Наряду с этим интенсивность теплообмена достаточна для учета роли неравномерности свойств газа в сечении трубы, что важно в большинстве практических задач.

Расчеты проведены для V^2F low-Reynolds number k - ϵ модели турбулентности. Модель рекомендована [6] для задач, в которых особенно важен учет пристеночных эффектов. В дополнение к уравнениям кинетической энергии турбулентных пульсаций k и скорости диссипации турбулентной энергии ϵ модель V^2F решает уравнение сохранения, сформулированное для функции нормальных напряжений $\overline{\vartheta}^2$, и эллиптическое уравнение для функции $\overline{f}$ [7]:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \varepsilon}{T} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right]; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{\vartheta}^2}{\partial t} + U_j \frac{\partial \bar{\vartheta}^2}{\partial x_j} = k \bar{f} - 6 \bar{\vartheta}^2 \frac{\varepsilon}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \bar{\vartheta}^2}{\partial x_j} \right]; \quad (3)$$

$$L^2 \frac{\partial^2 \bar{f}}{\partial x_j^2} - \bar{f} = \frac{C_1 - 1}{T} \left(\frac{\bar{\vartheta}^2}{k} - \frac{2}{3} \right) - C_2 \frac{P_k}{k} - 5 \varepsilon \frac{\bar{\vartheta}^2}{k^2}, \quad (4)$$

где t – время; x_j – направления декартовой системы координат ($j=1, 2, 3$); U_j – осредненная во времени составляющая скорости в направлении соответствующей оси;

$\nu_t = C_\mu \bar{\vartheta}^2 T$ – кинематическая турбулентная вязкость;

$L = C_L \max \left[\frac{k^{3/2}}{\varepsilon}, C_\eta \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \right]$ – масштаб длины;

$T = \max \left[\frac{k}{\varepsilon}, 6 \left(\frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \right]$ – масштаб времени;

P_k – генерация турбулентности;

$C_{\varepsilon 1} = 1,4(1 + 0,045 \sqrt{\frac{k}{\varepsilon}})$, $C_{\varepsilon 2} = 1,9$, $\sigma_k = 1$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$, $C_1 = 1,4$, $C_2 = 0,3$, $C_\mu = 0,22$, $C_L =$

0,23, $C_\eta = 70$ – константы модели.

Использование уравнений (1)-(4) позволило получить аппроксимацию для турбулентной вязкости, справедливую в области пристенного течения.

Турбулентное число Прандтля Pr_t оказывает значительное влияние на коэффициент теплоотдачи. В данной работе исследована применимость пяти моделей для турбулентного числа Прандтля (таблица 2) и выбрана наиболее предпочтительная, которая используется для моделирования режимов течения $Re = 2 \cdot 10^4, 4 \cdot 10^4$.

В работе [8] проведено сравнение данных, приведенных в [9], с результатами численного эксперимента и отмечается, что расчет по модели 1 существенно завышает число Нуссельта, однако расхождение результатов прочих моделей сравнимо с погрешностью эксперимента.

2. Результаты моделирования теплоотдачи и характеристик потока

Полученные в расчетах трехмерные распределения компонент скорости и температуры в трубе использованы для получения коэффициентов трения, теплоотдачи, чисел Нуссельта.

Таблица 2 – Модели турбулентного числа Прандтля

№ модели	Формулировка модели	Комментарий
1	$Pr_t = 0,9$	
2	$Pr_t = 1,0$	
3	$Pr_t = \frac{0,4}{0,44} \cdot \frac{1 - \exp(-y^+/26)}{1 - \exp(-y^+/B^+)}$ $B^+ = \frac{1}{\sqrt{Pr}} \cdot (34,96 + 28,79 \log_{10} Pr + 33,95(\log_{10} Pr)^2 + 6,33(\log_{10} Pr)^3 - 1,186(\log_{10} Pr)^4)$	модель Себеси-Брэдшоу, y^+ – безразмерное расстояние до стенки
4	$Pr_t = \frac{1}{\frac{1}{2Pr_{t\infty}} + C \cdot Pe_t \sqrt{\frac{1}{Pr_{t\infty}}} - (C \cdot Pe_t)^2 \cdot [1 - \exp\left(-\frac{1}{C \cdot Pe_t \cdot \sqrt{Pr_{t\infty}}}\right)]}$ $Pe_t = \frac{\mu_t}{\mu} \cdot Pr, C = 0,3, Pr_{t\infty} = 0,85$	модель Кейса-Кроуфорда, $\frac{\mu_t}{\mu}$ – коэффициент турбулентной вязкости
5	$Pr_t = \frac{1}{\frac{1}{2Pr_{t\infty}} + C \cdot Pe_t \sqrt{\frac{1}{Pr_{t\infty}}} - (C \cdot Pe_t)^2 \cdot [1 - \exp\left(-\frac{1}{C \cdot Pe_t \cdot \sqrt{Pr_{t\infty}}}\right)]}$ $Pe_t = \frac{\mu_t}{\mu} \cdot Pr, C = 0,3, Pr_{t\infty} = 0,85 + \frac{100}{Pr \cdot Re^{0,888}}$	модель Кейса-Кроуфорда с модификацией $Pr_{t\infty}$ по Уэйганду [8]

Для валидации расчетной модели к течению и теплообмену в круглой трубе было проведено сравнение коэффициентов трения, полученных при моделировании адиабатных режимов течения трех теплоносителей при числах Рейнольдса $1 \cdot 10^4$, $3 \cdot 10^4$, $5 \cdot 10^4$, с коэффициентами трения, рассчитанными по формуле Блазиуса [11]

$$\xi_{\text{Блаз}} = 0,316 \cdot Re^{-0,25}. \quad (5)$$

Коэффициент трения определялся по формуле

$$\xi = (p_{\text{нач}} - p_{\text{кон}}) \cdot \left(\frac{L_{\text{об}}}{d} \cdot \frac{\rho \cdot w^2}{2} \right)^{-1}, \quad (6)$$

где $p_{\text{нач}}$, $p_{\text{кон}}$ – давление на расстоянии 300 мм и 900 мм от начала трубы соответственно, w – среднерасходная скорость теплоносителя при температуре 800°C и давлении 3 МПа.

Для всех вариантов расчета полученные значения коэффициентов трения не отличались от $\xi_{\text{Блаз}}$ более чем на 1,5%.

Значения коэффициента теплоотдачи α определялись по формуле

$$\alpha = \frac{q_w}{T_w - T_b}, \quad (7)$$

где q_w – плотность теплового потока с наружной поверхности трубы;

T_w – средняя по периметру температура внутренней поверхности трубы;

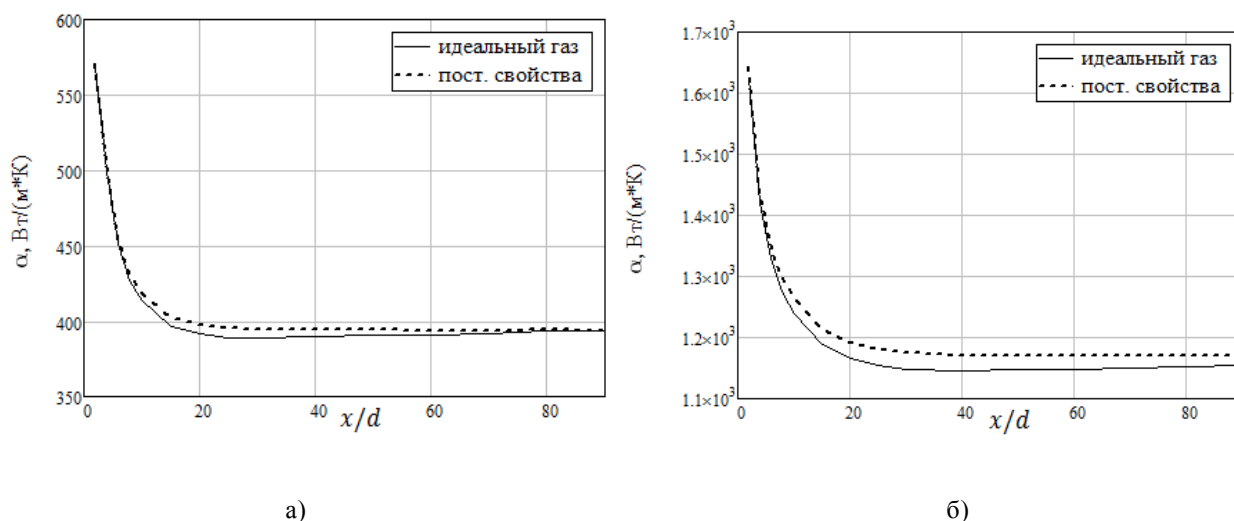
T_b – среднемассовая температура потока теплоносителя,

а значения чисел Нуссельта по формуле

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda(T_b)}. \quad (8)$$

Влияние зависимости свойств газа от температуры видно из рис. 2, на котором сравниваются расчетные значения коэффициентов теплоотдачи α для теплоносителя с $Pr = 0,239$, $Pr_t = 0,9$ с учетом изменения теплофизических свойств с аналогичными расчетами при условии их постоянства. Для $Re \sim 1 \cdot 10^4$ и $Re \sim 5 \cdot 10^4$ различие в значениях α в сечении $x/d = 90$ составило 0,5 % и 1,1 % соответственно (x – расстояние от начала обогреваемого участка). Наибольшее расхождение значений наблюдается при $x/d \sim 25$ и составляет $\sim 2,5\%$.

Расчетные значения чисел Нуссельта при использовании различных моделей Pr_t и различных режимов течения приведены на рис. 3 для $Pr = 0,239$.



а – $Re \sim 1 \cdot 10^4$; б – $Re \sim 5 \cdot 10^4$

Рисунок 2 – Изменение коэффициентов теплоотдачи α по длине обогреваемого участка при течении идеального газа и газа с постоянными теплофизическими свойствами

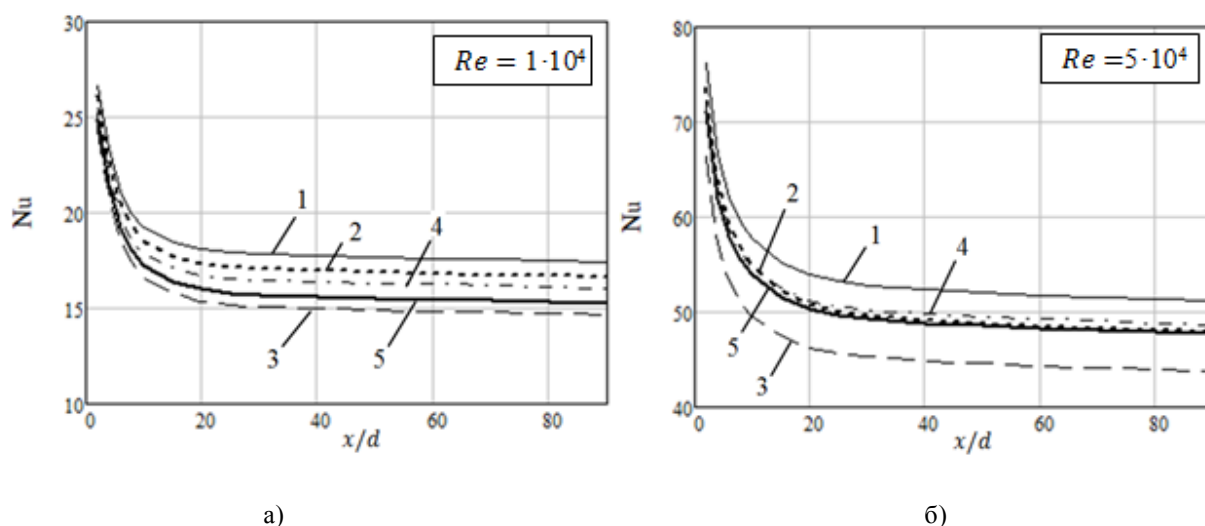


Рисунок 3 – Изменение чисел Нуссельта по длине обогреваемого участка для $Pr = 0,239$ (номера кривых 1-5 соответствуют номерам моделей для Pr_t)

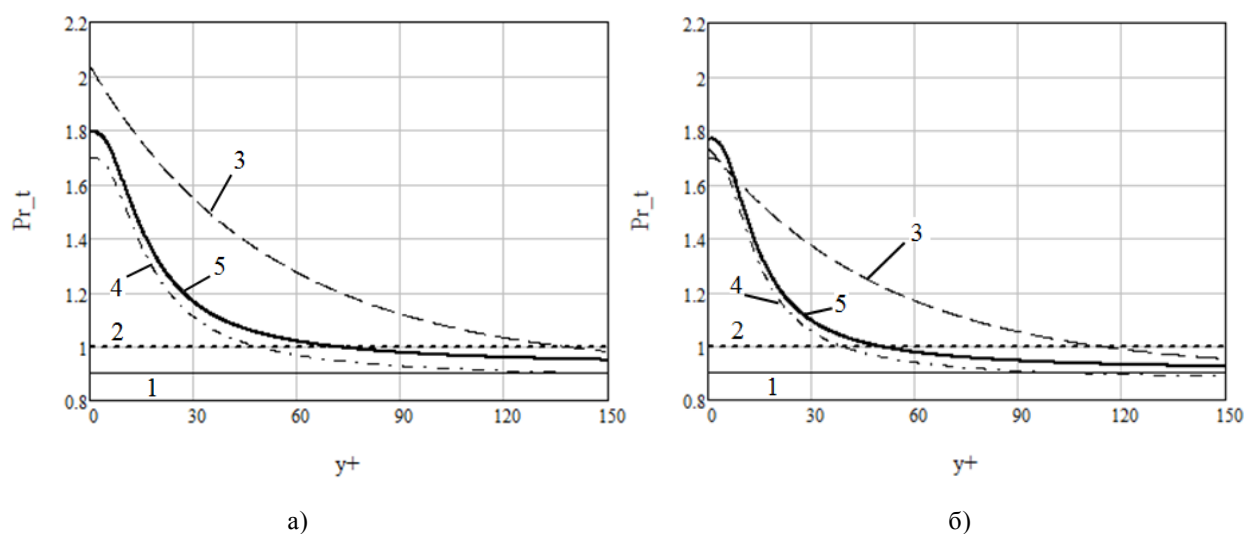


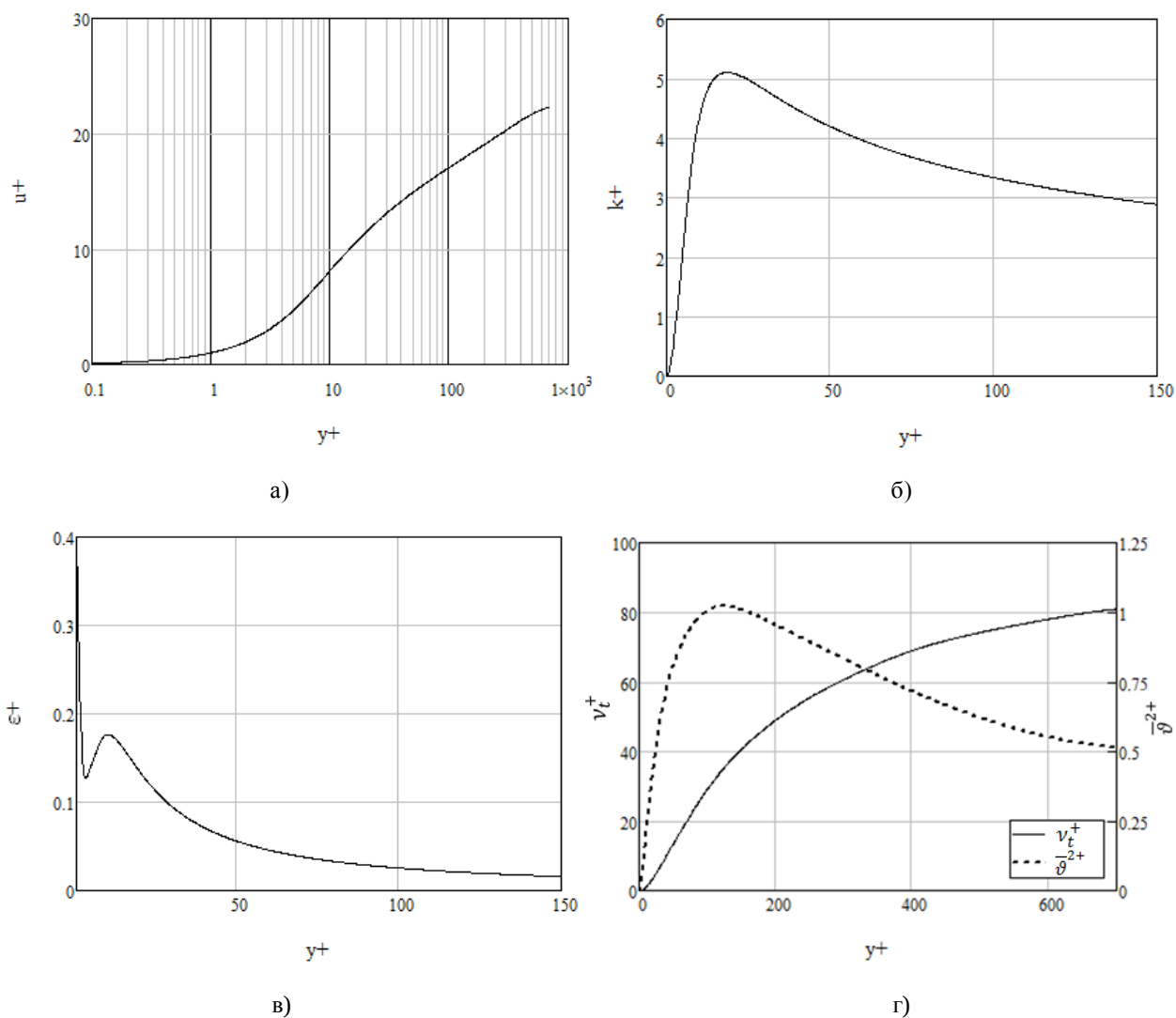
Рисунок 4 – Изменение Pr_t у поверхности трубы для стабилизированного теплообмена при $Re \sim 3 \cdot 10^4$ (номера кривых 1-5 соответствуют номерам моделей для Pr_t)

Данные рисунков 2, 3 показывают, что длина участка тепловой стабилизации составляет не более $30 x/d$. Изменение чисел Nu при $x/d > 30$ связано с увеличением теплопроводности газовой смеси при нагреве.

Структурные характеристики потока в пристенной области трубы приведены на рис. 4 и 5.

На рис. 4 приведены зависимости Pr_t от y^+ в области стабилизированного теплообмена для $Pr = 0,239$ и $Pr = 0,322$ при числе Рейнольдса $Re \sim 3 \cdot 10^4$. Можно отметить, что значение числа Нуссельта (рис. 3) обратно пропорционально площади под кривой $Pr_t(y^+)$. При увеличении молекулярного числа Прандтля для моделей 3, 5 наблюдается уменьшение пиковых значений Pr_t : значительное для модели 3 и незначительное для модели 5. Зависимости $Pr_t(y^+)$ соответствующие моделям 4 и 5, как и следует из выражений для Pr_∞ (таблица 2), заметно отличаются при низких числах Рейнольдса и близки – при высоких.

На рис. 5 представлены профили функций $u^+ = U/u_\tau$, $k^+ = k/u_\tau^2$, $\varepsilon^+ = \varepsilon v/u_\tau^4$, $\bar{\vartheta}^{2+} = \bar{\vartheta}^2/u_\tau^2$, $\nu_t^+ = \nu_t/\nu$, полученные для $Pr = 0,239$ при режиме течения $Re \sim 3 \cdot 10^4$. Профили функций соответствуют характерным для данной модели турбулентности [7].



а – u^+ ; б – k^+ ; в – ε^+ ; г – ν_t^+, θ^{-2+}

Рисунок 5 – Профили функций, $Pr = 0,239$, $Re \sim 3 \cdot 10^4$

3. Сопоставление известных данных и результатов моделирования

При $Pr > 0,7$ результаты расчетов чисел Нуссельта по различным формулам для обычных теплоносителей практически совпадают, однако с уменьшением числа Прандтля наблюдается возрастающее расхождение результатов. На рис. 6 представлено сравнение между собой результатов формул, представленных в таблице 3, а также приведены результаты проведенной авторами работы [9] экстраполяции экспериментальных данных по числу Нуссельта к теплоотдаче при постоянных свойствах газа, т.е. при условии $T_w/T_b=1$. Для того, чтобы показать на одном графике экспериментальные данные, относящиеся к различным числам Рейнольдса, число Нуссельта было отнесено к $Re^{0,8}$, а для зависимостей (12) и (13), содержащих более сложную форму зависимости $Nu(Re)$, было условно выбрано $Re = 4 \cdot 10^4$.

Таблица 3 – Рекомендуемые зависимости для определения числа Нуссельта

Авторы	Диапазон Pr	Формула
Диттус Ф.В., Бёлтер Л.М. [9]	0,7–120	$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4} \cdot C_t$ C_t – поправка на неизо термичность потока (9)
Михеев М.А. [9]	0,7–200	$Nu = 0,021 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,43} \cdot C_t$ (10)
Кейс В.М. [10]	0,5–0	$Nu = 0,022 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,6} \cdot C_t$ (11)
Петухов Б.С. [9]	0,5–200	$Nu = \frac{\frac{\xi}{8} Re \cdot Pr \cdot C_t}{K + 12,7 \sqrt{\frac{\xi}{8}} \cdot (Pr^{2/3} - 1)}$ $\xi = (1,82 \cdot \lg Re - 1,64)^{-2}$ $K = 1,07 + 900/Re$ (12)
Слейчер К.А., Роуз М.В. [7]	0,1–10 ⁵	$Nu = 5 + 0,015 \cdot Re^a \cdot Pr^b$ $a = 0,88 - 0,24/(4 + Pr)$ $b = 1/3 + 0,5 \exp(-0,6Pr)$ (13)
Тейлор М.Ф. [7]	0,18–0,72	$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^b \cdot (T_w/T_b)^{-a}$ $a = 0,57 - \frac{1,59}{x/d}, \quad b = 0,65$ (14)

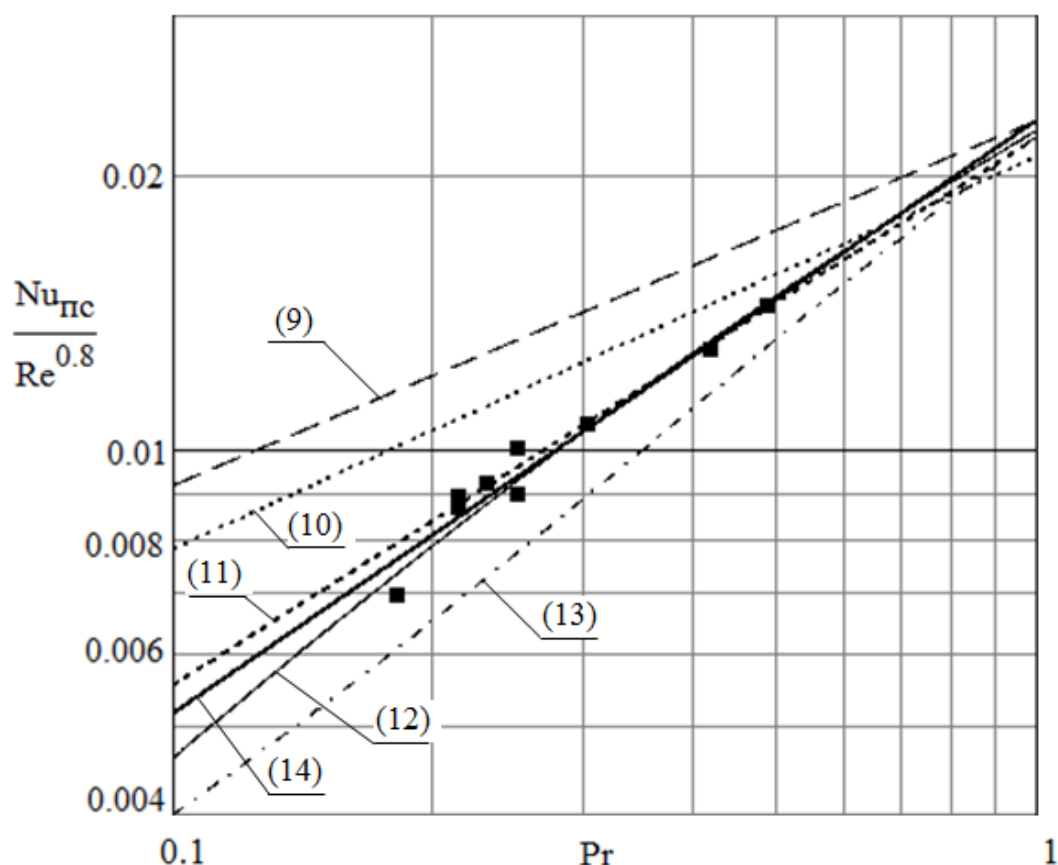


Рисунок 6 – Сравнение результатов формул таблицы 3 при $C_t=1$, $T_w/T_b=1$ и экстраполяции экспериментальных данных по числам Нуссельта к условиям постоянных свойств газа ([9], рис. 4, 5);
 $Nu_{пс}$ – число Нуссельта при постоянных свойствах газа ($T_w/T_b=1$)

Тейлор М.Ф. и др. работе [9] проводят сравнение результатов различных формул с данными проведенных ими экспериментов ([9], [13]) по исследованию конвективного теплообмена при вынужденном течении бинарных газовых смесей: He-Ar, He-Xe, H₂-Xe с числами Pr от 0,181 до 0,486. Отмечается, что зависимости типа (9), (10) существенно завышают число Нуссельта, а формула (13) – занижает. Хорошо согласуются с экспериментальными данными формулы Петухова (12) и Кейса (11). Приводится рекомендация к расчету теплоотдачи по формуле Тейлора (14), однако в настоящей работе формула (14) не использована в качестве «реперной», так как поправка $(T_w/T_b)^{-0,57}$ на неизотермичность потока при $x/d \rightarrow \infty$ представляется упрощенной и занижающей значение коэффициента Нуссельта при невысоких интенсивностях нагрева. Кроме того, в работе [13], посвященной течению гелиево-аргоновых смесей, в качестве рекомендуемой к расчету приводится формула, содержащая иной показатель степени:

$$Nu = 0,021 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^b \cdot [(T_w/T_b)^{-0,4} + 0,85 \cdot d/x] \quad (15)$$

Формула Петухова (12) представляет собой полуэмпирическое соотношение, полученное на основе интеграла Лайона с использованием универсального профиля скорости и уравнений Рейхардта, описывающих распределение турбулентной вязкости в круглой трубе. Согласно [11], формула описывает с погрешностью $\pm 8 \%$ опытные данные о стабилизированном теплообмене с теплоносителями с молекулярными числами Прандтля в диапазоне от 0,5 до 200 для диапазона чисел Рейнольдса от 10^4 до $5,0 \cdot 10^6$.

Формула Кейса (11) является упрощенной интерполяционной формулой для расчета турбулентного теплообмена с граничными условиями второго рода к газовым теплоносителям с молекулярными числами Прандтля от 0,5 до 1,0 в диапазоне чисел Рейнольдса от 10^4 до 10^6 . При выводе выражения для $y^+ < 42$ использовано распределение турбулентной вязкости по Дайссеру, в турбулентном ядре – по Рейхардту, для лучшего соответствия опытным данным для воздуха ($Pr = 0,7$) отношение коэффициентов турбулентного переноса по Дженкинсу умножено на 1,2 [12].

В таблице 4 приведено сравнение чисел Нуссельта на участке стабилизированного теплообмена ($x/d = 90$) для $Re = 1 \cdot 10^4, 3 \cdot 10^4, 5 \cdot 10^4$, полученных по результатам численного моделирования при различных моделях турбулентного числа Прандтля, с данными (11) и (12). При этом поправка на неизотермичность потока определялась по [3]:

$$C_t = \frac{T_w}{T_b}^{-(0,3 \cdot \log \frac{T_w}{T_b} + 0,36)}, \quad (16)$$

температура T_w определялась из выражений (7), (8), (12) при $C_t = 1$.

Таблица 4 – Сравнение результатов определения числа Нуссельта для стабилизированного теплообмена с данными (11) и (12)

<i>Re</i>	Модель <i>Pr_t</i>	<i>Nu</i>	Расчет по (11)	Отклонение от (11), %	Расчет по (12)	Отклонение от (12), %
Теплоноситель 1 (<i>Pr</i> = 0,239)						
9,4·10 ³	1	17,4	13,8	+26	14,7	+18
	2	16,6		+20		+13
	3	14,7		+6		0
	4	16,1		+16		+9
	5	15,3		+10		+4
2,8·10 ⁴	1	36,2	33,2	+9	32,8	+10
	2	34,1		+3		+4
	3	30,7		-8		-6
	4	34,1		+3		+4
	5	33,2		0		+1
4,7·10 ⁴	1	51,1	49,9	+2	47,4	+8
	2	47,9		-4		+1
	3	43,8		-12		-8
	4	48,6		-3		+3
	5	47,7		-4		+1
Теплоноситель 2 (<i>Pr</i> = 0,282)						
9,4·10 ³	1	18,8	15,3	+23	16,4	+15
	2	17,9		+17		+9
	3	16,0		+5		-2
	4	17,4		+14		+6
	5	16,6		+9		+1
2,8·10 ⁴	1	39,9	36,6	+8	36,8	+8
	2	37,5		+2		+2
	3	34,3		-7		-7
	4	37,6		+2		+2
	5	36,8		0		0
4,7·10 ⁴	1	56,9	55,0	+3	53,3	+7
	2	53,3		-3		0
	3	49,3		-10		-7
	4	54,3		-1		2
	5	53,4		-3		0
Теплоноситель 3 (<i>Pr</i> = 0,322)						
9,4·10 ³	1	19,9	16,6	+20	17,8	+12
	2	19,0		+14		+6
	3	17,2		+4		-4
	4	18,5		+11		+3
	5	17,7		+7		-1
2,8·10 ⁴	1	42,6	39,8	+7	40,3	+6
	2	40,0		+1		-1
	3	37,0		-7		-8
	4	40,3		+1		0
	5	39,5		-1		-2

Re	Модель Pr_t	Nu	Расчет по (11)	Отклонение от (11), %	Расчет по (12)	Отклонение от (12), %
$4,7 \cdot 10^4$	1	60,3	59,7	+1	58,6	3
	2	56,5		-5		-4
	3	52,8		-12		-10
	4	57,6		-3		-2
	5	56,8		-5		-3

Из представленных в таблице 4 данных видно, что отклонение определенных по результатам численного моделирования чисел Нуссельта на участке стабилизированного теплообмена в круглой трубе от формул Кейса В.М. и Петухова Б.С. существенно зависит от выбранной модели для турбулентного числа Прандтля и различно в зависимости от молекулярного числа Прандтля и числа Рейнольдса.

Согласно данным таблицы 4 с учетом величин отклонений от формул (11) и (12):

- 1) при моделировании низкорейнольдсовых режимов ($Re \sim 1 \cdot 10^4$) следует воздержаться от использования моделей 1, 2 и 4 и отдать предпочтение моделям 3 и 5, для которых отклонения не превышают 10%;
- 2) при $Re \sim 3 \cdot 10^4$ модели 2, 4, 5 приводят к близким результатам, причем отклонения от формул (11), (12) не превышают 4%;
- 3) при $Re \sim 5 \cdot 10^4$ модель 1 характеризуется меньшими отклонениями, чем при $Re < 5 \cdot 10^4$, и можно предположить, что при $Re \geq 5 \cdot 10^4$ и $Pr > 0,3$ модель 1 является применимой;
- 4) модель 3 при $Re \sim 5 \cdot 10^4$ характеризуется большими отклонениями, чем при $Re < 5 \cdot 10^4$, отклонения достигают 12%;
- 5) модели 2, 4 и 5 характеризуются примерно одинаковыми отклонениями при $Re \sim 5 \cdot 10^4$, не превышающими 5%.

Таким образом, предпочтительной при моделировании теплоотдачи к газовым теплоносителям с пониженными значениями числа Прандтля является модель 5, т.е. модель Кейса-Кроуфорда с модификацией $Pr_{t\infty}$ по Уэйганду. Эта модель была использована для моделирования режимов течения $Re \sim 2 \cdot 10^4, 4 \cdot 10^4$.

В результате проведенного численного моделирования теплоотдачи было получено 15 значений $Nu(Re, Pr)$ в диапазоне чисел Рейнольдса от $9,4 \cdot 10^3$ до $4,7 \cdot 10^4$. Температурный фактор T_w/T_b для всех режимов был в диапазоне от 1,034 до 1,061. С предельной погрешностью не более 1,6% результаты моделирования аппроксимируются зависимостью

$$Nu = 0,044 \cdot Re^{0,73} \cdot Pr^{0,58} \cdot C_t, \quad (17)$$

где поправка C_t определяется по выражению (16).

Соответствие результатов численного моделирования, аппроксимирующей зависимости (17) и формулы Петухова Б.С. (12) иллюстрирует рис. 7.

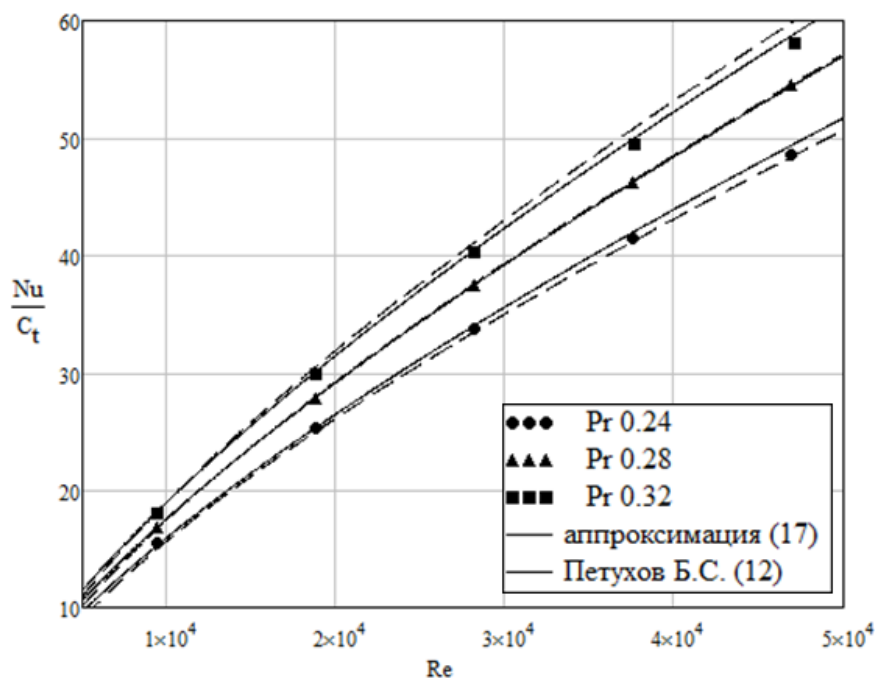


Рисунок 7 – Сравнение результатов численного моделирования с зависимостями (17) и (12)

Заключение

Моделирование теплоотдачи к газовым теплоносителям с пониженным значением числа Прандтля при граничном условии второго рода в диапазоне чисел Рейнольдса потока в трубе диаметром 6 мм от 10^4 до $0,5 \cdot 10^5$ и гидродинамически стабилизированном течении показало, что для диапазона чисел Прандтля от 0,239 до 0,322:

- наилучшее соответствие результатам, прогнозируемым зависимостями Кейса В.М. и Петухова Б.С., дает V^2F low-Reynolds number k - ε модель турбулентности при использовании аппроксимации для турбулентного числа Прандтля по Кейсу-Кроуфорд-Уэйганду;

- совокупность результатов моделирования с предельной погрешностью 1,6% обобщается зависимостью $Nu = 0,044 \cdot Re^{0,73} \cdot Pr^{0,58} \cdot C_t$ при изменении температурного фактора в численных экспериментах в пределах 1,034...1,061, которая в исследованных условиях близка к формуле Петухова Б.С.;

- протяженность участка тепловой стабилизации зависит от числа Рейнольдса, составляет около 30 диаметров трубы.

Список литературы

1. Драгунов Ю. Г., Габараев Б.А., Ужанова В.В., Беляков М.С., Селиверстов М.М. Космические ядерные энергетические установки суб- и мегаваттного класса. Часть 1 –

- Концепции реакторов (обзор) // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2014. № 2. С. 95-107.
2. Драгунов Ю.Г., Габараев Б.А., Ужанова В.В., Беляков М.С., Селиверстов М.М. Космические ядерные энергетические установки суб- и мегаваттного класса. Часть 2 - Системы преобразования тепловой энергии реактора в электрическую и отвода неиспользованного тепла (обзор) // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2014. № 3. С. 131-140.
3. Петухов Б.С., Генин Л.Г., Ковалев С.А., Соловьев С.Л. Теплообмен в ядерных энергетических установках. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во МЭИ, 2003.
4. Драгунов Ю.Г., Сметанников В.П., Габараев Б.А., Беляков М.С., Кобзев П.В. Аналитический обзор информации по коэффициентам теплоотдачи в гелиево-ксеноновой смеси. М., 2012. 30 с. (Препринт / ОАО «НИКЭТ»; № ЕТ-12/81).
5. Драгунов Ю.Г., Сметанников В.П., Габараев Б.А., Орлов А.Н., Беляков М.С., Дербенёв Д.С. Аналитический обзор информации по теплофизическим свойствам гелиево-ксеноновой газовой смеси и рекомендации по их расчету. М., 2012. С. 15-17. (Препринт / ОАО «НИКИЭТ»; № ЕТ-12/80).
6. User guide «STAR-CCM+ Version 8.06». CD-adapco, 2014.
7. Laurence D.R., Uribe J.C., Utyuzhnikov S.V. A Robust Formulation of the v_2 -f Model // Flow, Turbulence and Combustion. 2004. Vol. 73. P. 169-185.
8. McEligot D.M., Taylor M.F. The turbulent Prandtl number in the near-wall region for low-Prandtl-number gas mixtures // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1996. Vol. 39, no. 6. P. 1287-1295. DOI: [10.1016/0017-9310\(95\)00146-8](https://doi.org/10.1016/0017-9310(95)00146-8)
9. Taylor M.F., Bauer K.E., McEligot D.M. Internal Forced Convection to Low-Prandtl-Number Gas Mixtures // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1988. Vol. 31, no. 1. P. 13-25. DOI: [10.1016/0017-9310\(88\)90218-9](https://doi.org/10.1016/0017-9310(88)90218-9)
10. Weigand B., Ferguson J.R., Crawford M.E. An extended Kays and Crawford turbulent Prandtl number model // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1997. Vol. 40, no. 17. P. 4191-4196. DOI: [10.1016/S0017-9310\(97\)00084-7](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(97)00084-7)
11. Кириллов П.Л., Бобков В.П., Жуков А.В., Юрьев Ю.С. Справочник по теплогидравлическим расчётам в ядерной энергетике. Т. 1. Теплогидравлические процессы в ЯЭУ / под общ. ред. П.Л. Кириллова. М.: ИздАт, 2010. 776 с.
12. Кэйс В.М. Конвективный тепло- и массообмен: пер. с англ. М.: Энергия, 1972. 448 с.
13. Pickett P.E., Taylor M.F., McEligot D.M. Heated Turbulent Flows of Helium-Argon Mixtures in Tubes // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1979. Vol. 22, no. 5. P. 705-719. DOI: [10.1016/0017-9310\(79\)90118-2](https://doi.org/10.1016/0017-9310(79)90118-2)

Simulation of Heat Transfer to the Gas Coolant with Low Prandtl Number Value

T.N. Kulikova^{1,2}, P.V. Markov^{1,*},
V.I. Solonin¹

* mankov@list.ru

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

²JSC "NIKIET", Moscow, Russia

Keywords: binary gas mixtures, helium-xenon mixture, turbulent Prandtl number, heat transfer coefficient, heat transfer simulation

The work concerns the simulating peculiarities of heat transfer to the gas coolants with low values of the Prandtl number, in particular, to the binary mixtures of inert gases.

The paper presents simulation results of heat transfer to the fully established flow of a helium-xenon mixture in the round tube of 6 mm in diameter with the boundary condition of the second kind. It considers a flow of three helium-xenon mixtures with different helium content and molecular Prandtl numbers within the range 0.239–0.322 and with Reynolds numbers ranged from 10000 to 50000. During numerical simulation a temperature factor changed from 1.034 to 1.061. CFD-code STAR-CCM+ that is designed for solving a wide range of problems of hydrodynamics, heat transfer and stress was used as the primary software.

The applicability of the five models for the turbulent Prandtl number is examined. It is shown that the choice of the model has a significant influence on the heat transfer coefficient. The paper presents structural characteristics of the flow in the wall region. It estimates a thermal stabilization section to be approximately as long as 30 diameters of tube.

Simulation results are compared with the known data on heat transfer to gas coolants with low values of the Prandtl number. It is shown that V2F low-Reynolds number k - ε turbulence model with an approximation for the turbulent Prandtl number used according Kays-Crawford-Weigand gives the best compliance with the results predicted by relationships of Kays W.M. and Petukhov B.S. The approximating correlation summarizes a set of simulation results.

Application of the work results is reasonable when conducting the numerical simulation of heat transfer to binary gas mixtures in channels of different forms. The presented approximating correlation allows rapid estimate of heat transfer coefficients to the gas coolants with a low value of the molecular Prandtl number within the investigated range with a flow through the circular tube.

References

1. Dragunov Yu. G., Gabaraev B.A., Uzhanova V.V., Belyakov M.S., Seliverstov M.M. SUB - megawatt class space nuclear power plants. Part 1 - reactor concepts (review). *Problemy mashinostroeniya i avtomatizatsii = Engineering and Automation Problems*, 2014, no. 2, pp. 95-107. (in Russian).
2. Dragunov Yu.G., Gabaraev B.A., Uzhanova V.V., Belyakov M.S., Seliverstov M.M. SUB-megawatt class space nuclear power plants. Part 2 - reactor thermal-to-electrical energy systems and waste heat removal systems (review). *Problemy mashinostroeniya i avtomatizatsii = Engineering and Automation Problems*, 2014, no. 3, pp. 131-140. (in Russian).
3. Petukhov B.S., Genin L.G., Kovalev S.A., Solov'ev S.L. *Teploobmen v yadernykh energeticheskikh ustanovkakh* [Heat transfer in nuclear power plants]. Moscow, MEI Publ., 2003. (in Russian).
4. Dragunov Yu.G., Smetannikov V.P., Gabaraev B.A., Belyakov M.S., Kobzev P.V. *Analiticheskii obzor informatsii po koeffitsientam teplootdachi v gelievo-ksenonovoi smesi* [Analytical overview of heat transfer coefficients in helium-xenon mixture]. Preprint no. ET-12/81. Moscow, JSC "NIKIET", 2012. 30 p. (In Russian, unpublished).
5. Dragunov Yu.G., Smetannikov V.P., Gabaraev B.A., Orlov A.N., Belyakov M.S., Derbenev D.S. *Analiticheskii obzor informatsii po teplofizicheskim svoistvam gelievo-ksenonovoi gazovoi smesi i rekomendatsii po ikh raschetu* [Analytical review of information on thermophysical properties of helium-xenon gas mixture and recommendations for their calculation]. Preprint no. ET-12/80. Moscow, JSC "NIKIET", 2012, pp. 15-17. (In Russian, unpublished).
6. User guide «STAR-CCM+ Version 8.06». CD-adapco, 2014.
7. Laurence D.R., Uribe J.C., Utyuzhnikov S.V. A Robust Formulation of the v_2 -f Model. *Flow, Turbulence and Combustion*, 2004, vol. 73, pp. 169-185.
8. McEligot D.M., Taylor M.F. The turbulent Prandtl number in the near-wall region for low-Prandtl-number gas mixtures. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1996, vol. 39, no. 6, pp. 1287-1295. DOI: [10.1016/0017-9310\(95\)00146-8](https://doi.org/10.1016/0017-9310(95)00146-8)
9. Taylor M.F., Bauer K.E., McEligot D.M. Internal Forced Convection to Low-Prandtl-Number Gas Mixtures. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1988, vol. 31, no. 1, pp. 13-25. DOI: [10.1016/0017-9310\(88\)90218-9](https://doi.org/10.1016/0017-9310(88)90218-9)
10. Weigand B., Ferguson J.R., Crawford M.E. An extended Kays and Crawford turbulent Prandtl number model. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1997, vol. 40, no. 17, pp. 4191-4196. DOI: [10.1016/S0017-9310\(97\)00084-7](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(97)00084-7)
11. Kirillov P.L., Bobkov V.P., Zhukov A.V., Yur'ev Yu.S. *Spravochnik po teplogidravlicheskim raschetam v yadernoi energetike. T. 1. Teplogidravlicheskie protsessy v YaEU* [Handbook of thermal-hydraulic calculations in nuclear power. Vol. 1. Thermal-

- hydraulic processes in nuclear power plants]. Moscow, IzdAt Publ., 2010. 776 p. (in Russian).
12. Kays W.M. *Convective Heat and Mass Transfer*. McGraw-Hill Science, 1966. 387 p. (Russ. ed.: Kays W.M. *Konvektivnyi teplo- i massoobmen*. Moscow, Energiya Publ., 1972. 448 p.).
13. Pickett P.E., Taylor M.F., McEligot D.M. Heated Turbulent Flows of Helium-Argon Mixtures in Tubes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1979, vol. 22, no. 5, pp. 705-719. DOI: [10.1016/0017-9310\(79\)90118-2](https://doi.org/10.1016/0017-9310(79)90118-2)