

УДК 621.396.966.019.3

М.Я. Воронин, А.Н. Поспелов, М.Б. Устюгов  
СГГА, Новосибирск

## ОБ ИНВАРИАНТНОСТИ ЗАКОНОВ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭНЕРГИИ НЕОДНОРОДНЫХ СВЧ – РЕЗОНАТОРОВ (АНАЛОГ ПСЕВДОСФЕРЫ ЛОБАЧЕВСКОГО) И АБСОЛЮТНО ЧЕРНОГО ТЕЛА НАГРЕТОГО ВЕЩЕСТВА ПО ПЛАНКУ

Обратимся к истории вопроса, чтобы далее развить проблему для конкретных случаев.

Процесс превращения тепловой энергии принято называть тепловыми или температурными излучением [1, 2]. При этом в составе тел не происходит никаких изменений за исключением их теплового состояния, а количество излучаемой энергии изменяется в полном соответствии с количеством подводимого тепла. При нагревании вещества его молекулы приходят в непрерывное колебательное, вращательное и поступательное движение, в результате чего возникает излучение со сплошным спектром.

Излучаемая энергия поглощается другими телами, которые под ее воздействием нагреваются и в свою очередь начинают излучать. Таким образом, всякое тело излучает энергию и поглощает ее. Тела, полностью поглощающие падающий на них поток излучения и обладающие максимальной энергетической светимостью, называются абсолютно черными телами (АЧТ). Для таких тел интегральная  $\alpha(T)$  и спектральная  $\alpha(\lambda, T)$  поглощающие способности равны единице.

*Поглощаемой способностью тела* называют коэффициент, показывающий, какая часть упавшего на тело монохроматического или сложного потока излучения поглощается при температуре тела  $T$ .

Тела, которые полностью поглощали бы падающие на них излучение, в природе не существует. Их создают искусственно. Весьма близко по своим характеристикам к АЧТ приближаются такие излучатели, как отверстие полого шара, плотно уложенный пакет лезвий со стороны заточенных сторон, пучок цветных игл со стороны острых заточенных сторон и некоторые другие искусственные излучатели. Все законы теплового излучения справедливы для АЧТ. При введении некоторых поправочных коэффициентов эти законы становятся справедливыми и для многих реальных излучателей.

Известно [1], что вначале Планк записал так называемую интерполяционную формулу для закона распределения энергии в спектре равновесного электромагнитного излучения вещества при определенной температуре:

$$E = \frac{C_1 \cdot \lambda}{e^{C_2/\lambda T} - 1} \quad (1)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – некоторые постоянные,  $\lambda$  – длина волны,  $T$  – абсолютная температура.

Но как распределяется энергия излучения по длинам волн ни с помощью термодинамических методов, ни с помощью волновой теории излучения не удавалось установить.

Согласно волновой теории, энергия излучения нагретого тела, соответствующая различным частотам, должна возрастать с увеличением частоты. Однако опыты показали, что энергия излучения вначале действительно растет с увеличением частоты, но пройдя через максимум, начинает уменьшаться, стремясь к нулю на высоких частотах.

Планку удалось устранить это противоречие, введя квантовое представление о природе излучения, записав формулу (1) в виде:

$$E = \frac{8c\pi h}{\lambda^5} e^{ch/(kT\lambda)} - 1, \quad (2)$$

где  $c = 299850$  км/сек – скорость света в пустоте;  $k = 1,3827 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана;  $h = 0,662 \cdot 10^{-33}$  Дж·с – квант действия Планка.

На рис. 1 приведено семейство кривых зависимости распределения энергии излучения абсолютно черного тела по длинам волн  $\lambda$  для ряда температур.

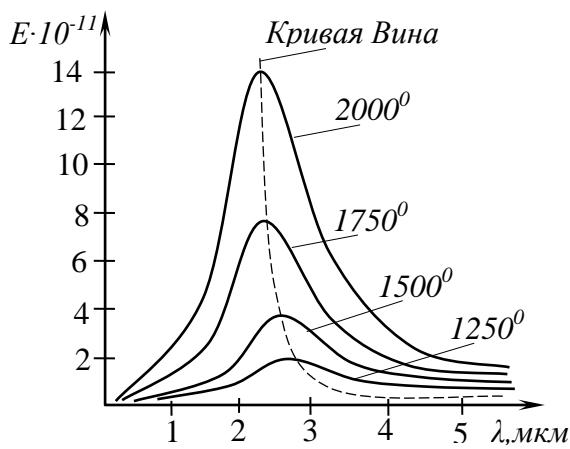


Рис. 1. Функции спектральной плотности энергетической светимости АЧТ при различных значениях температуры

волны  $\lambda_{\max}$ .

Чтобы найти  $\lambda_{\max}$ , соответствующую максимальному значению функции  $E_{\max}$ , необходимо продифференцировать  $E(\lambda, T)$  и приравнять производную к нулю:

$$\frac{dE(\lambda, T)}{d\lambda} = 0. \quad (3)$$

Нужно иметь ввиду, что производная (3) будет равна нулю, если ее числитель будет равен нулю, или знаменатель равен бесконечности. Однако взятие производной по  $\lambda$  недопустимо, так как последняя – величина размерная. Это объясняется тем, что на предельных длинах волн касательные к функции  $E(\lambda, T)$  параллельны оси абсцисс; с этих позиций и исходил Вин.

Из рис. 1 видно, что максимумы кривых при росте температуры и уменьшении длины волны  $\lambda$ , смещаются влево. Эта связь была установлена Вином и носит название закона смещения Вина (на рис. 1 штрихом показана кривая Вина). При этом им было установлено, что

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2896 \text{ мкм} \cdot K,$$

где  $\lambda_{\max}$  соответствует максимуму кривой  $E$ .

Известно, что функция  $E(\lambda, T)$ , описываемая выше приведенным уравнением Планка, достигает своего максимального значения при определенной длине

Поэтому целесообразно ввести некие функции  $x$  и  $y$ . Тогда выражение (2) запишется в виде  $x^5 \cdot y \cdot (e^{x-1} - 1) - 1 = 0$  для постоянной температуры.

Отсюда и получим константу Вина:

$$\lambda_{\max} \cdot T = b = \text{const.} \quad (4)$$

Теперь обратимся к электронике больших мощностей СВЧ, хорошо изученной Капицей П.Л. [3]. Речь идет об энергетических показателях резонаторов СВЧ на основе плавно – нерегулярных линий передачи.

Первый резонатор широкополосной колебательной системы (ШКС) по рис. 2 является аналогом псевдосферы Лобачевского [4], т. е. от начала к концу геометрическая конфигурация имеет вид рупора с постепенным увеличивающимся диаметром к концу (рис. 3).

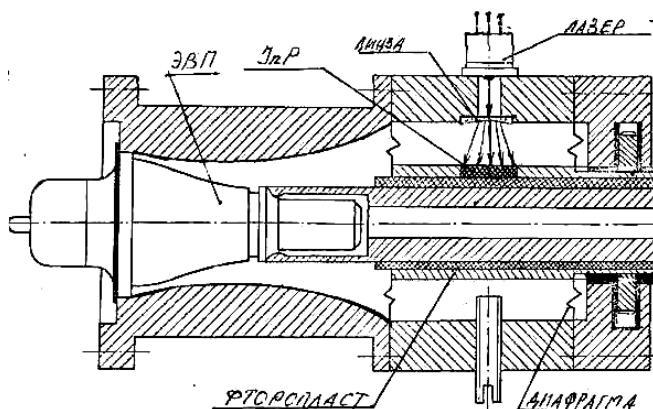


Рис. 2. Конструкция ШКС с щелевой связью между регулярно-нерегулярными резонаторами

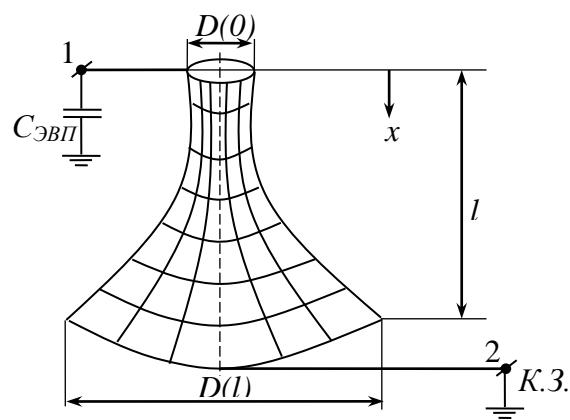


Рис. 3. Псевдосфера Лобачевского, где  $D(l)$  и  $D(0)$  соответственно диаметры в конце и начале псевдосферы

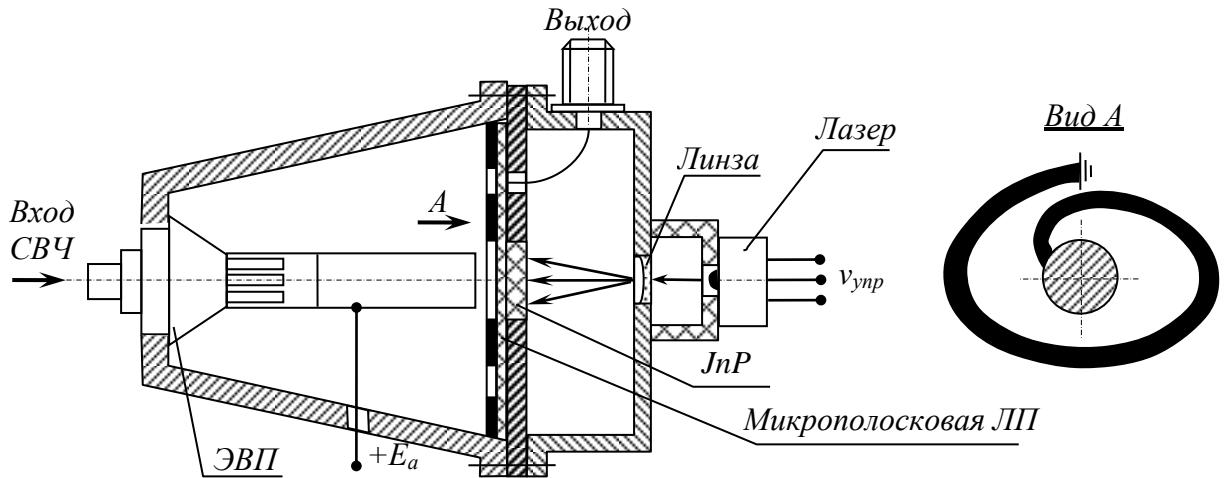


Рис. 4. Конструкция ШКС с торцевой связью между полосковой и микрополосковой спиральной ЛП

Первый резонатор ШКС по рис. 4 представляет собой усеченную пирамиду (рис. 5).

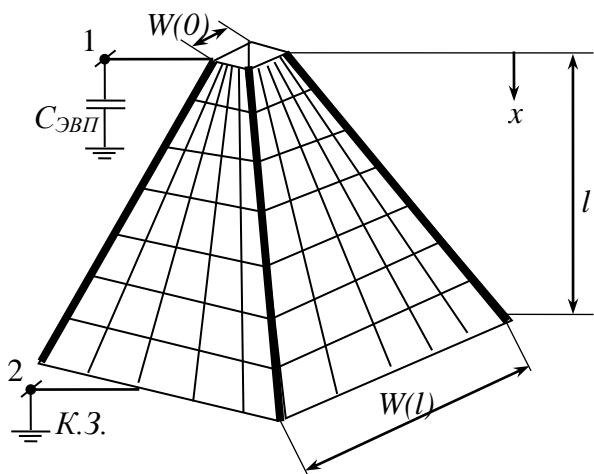


Рис. 5. Усеченная пирамида

Но вернемся к энергетике СВЧ – резонаторов по рис. 3 с учетом рис. 4 и рис. 5. Пусть имеет место плавно-нерегулярная расширяющаяся НРЛП с гиперболическим законом волнового сопротивления:

$$Z(x) = Z(0) \cdot (1 - \mu l \frac{x}{l})^{-l}. \quad (5)$$

Вместо параметра крутизны  $\mu l$  введем параметр  $p$  – перепад волновых сопротивлений:

$$p = \frac{Z(l)}{Z(0)}.$$

$$\text{Тогда } \mu l = 1 - \frac{1}{\sqrt{p}}. \quad (6)$$

Если  $p = 1$  (РЛП), то  $\mu l = 0$ .

В табл. 1 приведено соответствие между  $\mu l$  и  $p$ .

Таблица 1

$\mu l$	0	0,5	0,7	0,8	0,9
$P$	1	1,41	1,82	2,93	3,16

Мощность развиваемая СВЧ – генератором в резонаторе может быть определена по следующей формуле [5, 6]:

$$P = \frac{1}{2} J_{a1}^2 \cdot R_1, \quad (7)$$

где  $J_{a1}$  – ток первой гармоники, протекающий через резонатор;  $R_1$  – резонаторное сопротивление первого резонатора ШКС.

Но известно [2], что

$$R_1 = Z(0) \cdot Q_H \cdot \frac{\varphi(\theta, \mu l)}{\gamma(\theta, \mu l)} = Z(0) \cdot Q_H \cdot \psi(\theta, \mu l), \quad (8)$$

где  $\psi(\theta, \mu l)$  – энергетическая функция.

Для К.З. ГНРЛП имmittансная функция равна [7]:

$$\psi(\theta, \mu l) = (\operatorname{ctg} \theta - \frac{\mu l}{\theta})^{-1}. \quad (9)$$

Из того же источника известно, что параметр распределенности [6, 8] имеет вид

$$\gamma(\theta, \mu l) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\theta \cdot d\varphi(\theta, \mu l)}{\varphi(\theta, \mu l) d\theta} \right). \quad (10)$$

Тогда энергетическую функцию  $\psi(\theta, \mu l)$  с учетом (9) и (10) можно записать как

$$\psi(\theta, \mu l) = \frac{1}{\frac{\operatorname{ctg} \theta}{2} + \frac{1}{\sin^2 \theta} - \frac{\mu l}{\theta}}. \quad (11)$$

На рис. 6 приведено семейство кривых, построенных по (11).

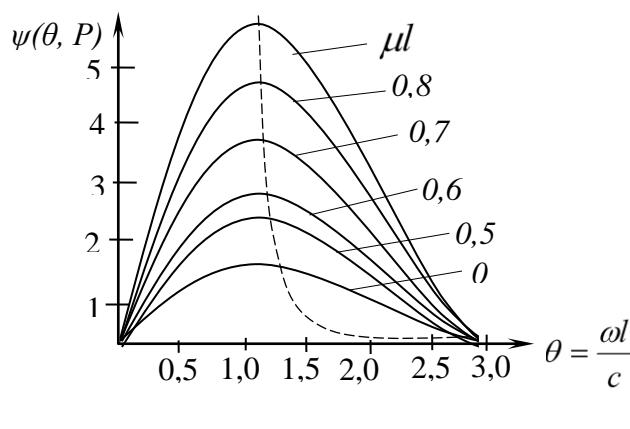


Рис. 6. Кривые зависимости энергетической функции нерегулярного СВЧ-резонатора от электрической длины  $\theta$  при различных перепадах  $\mu l$

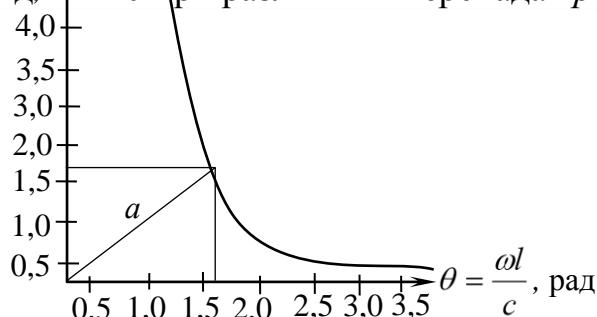


Рис. 7. Кривая зависимости  $\psi_{\max}(\theta, p)$  от  $\theta$

Сравнивая кривые на рис. 1 и рис. 6 видим, что по форме они очень схожи – также происходит смещение энергетической функции резонатора СВЧ  $\psi_{\max}(\theta, P)$  влево. Существенным отличием является то, что минимумы функций Планка на рис. 1 смещаются влево при увеличении частоты, а на рис. 6 они так же смещаются влево, но при уменьшении частоты.

На рис. 7 приведена кривая смещения  $\psi_{\max}(\theta, p)$ , которая идентична кривой Вина на рис. 1.

Существенное различие состоит в том, что на рис. 1 для АЧТ кривые построены для различных температур, а на рис. 6 кривые построены для различных перепадов волновых сопротивлений. Если на рис. 1

возрастание  $E_{\max}$  происходит при росте температуры, то на рис. 6 рост происходит при нарастании  $p$ .

Объясняется это тем, что при увеличении разрыва НРЛП увеличивается величина запасаемой энергии во внешней части резонаторов СВЧ (т.е. добротность распределенной СВЧ структуры). Если сравнивать это с резонатором – СВЧ на основе РПЛ, то в предлагаемом на основе К.З. НРЛП эффективность в выигрыше по мощности более чем в 5 раз.

С физической точки зрения Планк объединяет квантовые эффекты в АЧТ за счет неких внутренних осцилляторов (что-то подобие диаполей Герца). В нерегулярных резонаторах СВЧ (в регулярных этого не может быть) существуют некие погонные осцилляторы, если, резонатор разбит на  $n$  – частей из  $\Delta l$  – микро-диаполей, состоящих из погонных  $L_i(x)$ ,  $C_i(x)$  реактивных контуров [9]. Это так называемая составная лехеровская система (рис. 8).

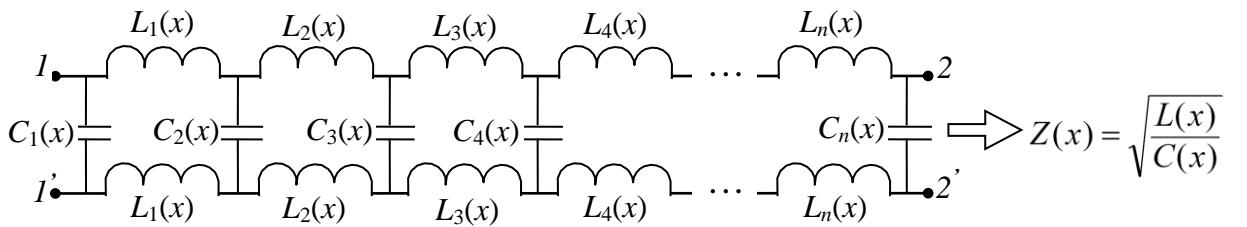


Рис. 8. Лехеровская составная распределенная система отрезка НРЛП

Чтобы найти полную энергетическую мощность резонатора СВЧ по аналогии с [2], функцию  $\psi(\theta, p)$  необходимо проинтегрировать в диапазоне  $\Delta\theta$  от 0 до  $\pi$ :

$$R(p) = \int_0^\pi \psi(\theta, p) \cdot d\theta = \int_0^\pi \frac{d\theta}{\frac{\operatorname{ctg}\theta}{2} + \frac{1}{\sin^2\theta} - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{p}}\right)\frac{1}{\theta}}. \quad (12)$$

По аналогии с уравнением (3) Планка, чтобы найти  $\theta_{\max}$ , соответствующую максимальному значению функции  $\psi_{\max}$ , продифференцируем функцию  $\psi$  по переменной  $\theta$  и исследуем производную на экстремум для ряда  $p$ :

$$\frac{d\psi(\theta, p)}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \left[ \frac{1}{\frac{\operatorname{ctg}\theta}{2} + \frac{1}{\sin^2\theta} - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{p}}\right)\frac{1}{\theta}} \right] = \frac{\frac{1}{\sin^2\theta} + 2\sin^{-3}\theta \cdot \cos\theta + K \cdot \theta^{-2}}{\left(\frac{\operatorname{ctg}\theta}{2} + \frac{1}{\sin^2\theta} - \frac{K}{\theta}\right)} = 0. \quad (13)$$

Тогда  $K = -202 \cdot \sin-2\theta (1 + \sin-1\theta + \operatorname{ctg}\theta)$ ; отсюда можно получить константу  $\theta_{\max} \cdot \mu l = a$ ; либо  $\theta_{\max} \cdot p = b$  и сравнить с константой Вина. Результаты интегрирования по [7] можно сравнить с интегрированием по Планку [1]; кстати, интегрирование по Планку осуществляется в интервале от 0 до  $\infty$

Теперь что касается размерностей.

У Планка (рис. 1) по оси абсцисс размерность в мкм, от которой через скорость света можно перейти к частоте; по оси ординат размерность  $E$  имеет вид Вт/см<sup>2</sup>·мкм; каждая кривая строится для температуры АЧТ в градусах либо по Кельвину, либо по Цельсию.

На рис. 6 по оси абсцисс безразмерные величины; по оси ординат вещественные целые числа. Каждая кривая строится для  $\mu l$ , либо для  $p$ , которые также числа; все это сделано для целей анализа по инвариантности.

На самом деле размерность по оси абсцисс в Гц, м, м/с; по оси ординат (см. формулу (7)) размерность в Вт, А, Ом, Гц;  $\mu l$  и  $p$  – безразмерны.

Теперь что касается пирамидального резонатора в конструкции генератора СВЧ по схеме двухконтурной анодной системы (см. рис. 4). Как показали опытные исследования этого СВЧ-резонатора, практически, в диапазоне частот от 100 МГц до 10 000 МГц он имеет несравненно большую запасаемую энергию по сравнению с резонаторами из отрезков РЛП; практически выигрыш достигает увеличения где-то в 10 раз. Откуда это? Вообще пирамидальные физические модели обладают, по нашему убеждению, какой-то неслыханной энергией. В этом смысле много сейчас пишется о египетских пирамидах, способных по своей природе накапливать большую энергию, которая поступает, по-видимому, откуда-то из космоса. В нашем случае СВЧ пирамидальные резонаторы накапливают энергию от задающих подводимых к ним извне СВЧ-генераторов; если измерить размеры СВЧ пирамидального резонатора, то он будет весьма эффективно запасать энергию в СВЧ-диапазоне.

А теперь возьмем геометрические размеры египетской пирамиды: сторона основания – 230,3 м; периметр –  $230,3 \times 4 = 921,2$  м; высота пирамиды 146,6 м, удвоенная – 293,2 м. Делим первую величину на вторую и получаем:  $921,2/293,2 = \pi$ , что поразительно впечатляет, так как при расчете интегральной полной энергетической мощности СВЧ-резонатора интеграл нами брался в интервале от 0 до  $\pi$  (выражение (12)). Введя соответствующий масштаб с учетом нашей физической модели СВЧ пирамидального резонатора, нетрудно найти резонансную частоту египетской пирамиды, т. е. ту самую излучаемую космосом частоту генератора.

Таков наш вариант решения проблемы, поставленной в заглавие статьи. Кстати, великий Леонардо да Винчи изучал «область свето-воздушной перспективы и гармонической пирамидальной композиции [10]».

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Планк М. Теория теплового излучения, Л.-М.: 1935.

2. Павлов А.В. Оптико-электронные приборы (основы теории и расчета). – М.: Энергия, 1974. – 360 с.
3. Капица П.Л. Электроника больших мощностей. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – 195 с.
4. Лобачевский Н.Н. Сочинения по геометрии. – М.-Л: 1946 – 49 (Полн. собр. соч., Т. 1-3; Обоснования геометрии Лобачевского и развитие ее идей. – М.: 1956.)
5. Воронин М.Я. Нерегулярные линии передачи на СВЧ: теория и применение: в 2-х частях; под ред. В.П. Петрова / Новосиб. гос. техн. университет – Новосибирск, 1994. – 291 с.
6. Нейман М.С. Триодные и тетродные генераторы сверхвысоких частот. – М.: Сов. радио, 1950. – 283 с.
7. Воронин М.Я., Голиков В.К., Денисов А.Н., Чепурной С.М., Шлее В.Р. Элементы теории несоразмерных цепей в точном методе синтеза: учебн. пособие / Новосиб. гос. техн. университет – Новосибирск, 1994. – 49 с.
8. Сифоров В.Н. Радиоприемники СВЧ. Военное изд. Мин. обороны СССР, – М.: 1957. – 435 с.
9. Wenzel R.J. The modern network theory approach for microwave filter design II Ibid – 1968. – Vol. EMC – 10. №2 – p.196-209.
10. Лазарев В.Н. Леонардо да Винчи. – Л.–М.: 1952.

© М.Я. Воронин, А.Н. Поступов, М.Б. Устюгов, 2006