УДК 519.832.3

ФОРМИРОВАНИЕ ПРИОРИТЕТНОЙ ОЧЕРЕДНОСТИ КРЕДИТОВАНИЯ БАНКОМ КОРПОРАТИВНЫХ ЗАЕМЩИКОВ ПО СИНТЕТИЧЕСКОМУ КРИТЕРИЮ ВАЛЬДА–СЭВИДЖА

Л. Г. ЛАБСКЕР,
кандидат физико-математических наук,
профессор кафедры
математического моделирования
экономических процессов
E-mail: llabsker@mail. ru

Н. А. ЯЩЕНКО,
доцент кафедры
математического моделирования
экономических процессов
E-mail: yashenko70@mail. ru

А. В. АМЕЛИНА,
аспирант кафедры
математического моделирования
экономических процессов
E-mail: AmelinaAV. FU@gmail. com
Финансовый университет
при Правительстве Российской Федерации

В статье для решения задачи формирования приоритетной последовательности кредитования банком потенциальных корпоративных заемщиков в условиях неблагоприятной неопределенности применена теоретико-игровая модель «Игра с природой», в которой оптимальность стратегий определяется с совместной точки зрения выигрышей и рисков на основе введенного в рассмотрение синтетического критерия Вальда–Сэвиджа.

Ключевые слова: *банк, кредитование, корпоративные заемщики, игровое моделирование, синтетический критерий Вальда–Сэвиджа.*

1. Банк как кредитная организация имеет исключительное право осуществлять весь спектр банковских операций. Именно кредитные операции банка по объему и значимости являются наиболее важными, так как текущие и долгосрочные его доходы в подавляющем большинстве формируются за счет кредитного портфеля. Кредиты, предоставленные корпоративным клиентам, составляют около половины всего портфеля активов банка. Например, на 01.04.2011 этот показатель был следующим:

– Сбербанк России – 48 %;

– ВТБ – 42%;
– Россельхозбанк – 53%;
– Газпромбанк – 45%;
– Банк Москвы – 54%;
– Альфа-банк – 52%;
– Юникредитбанк – 46%;
– Нордеа банк – 72% [1].

Расширение доступа предприятий к финансовым ресурсам является одной из важнейших мер поддержки реального сектора экономики. Так как инвестиционные потребности компаний не удовлетворялись во время кризиса, то в 2010–2011 гг. наблюдался отложенный кредитный спрос. Однако Банк России был обеспокоен снижением достаточности капитала (норматив Н1) у банков в связи с кредитованием банками связанных сторон и участием в девелоперских проектах, в которых высоки как риски, так и доходность. Кредитная экспансия банков обуславливает некоторые опасения, связанные с возможностью обеспечить банками качественный рост кредитного портфеля.

Из-за начавшейся в августе 2011 г. неблагоприятной неопределенности на мировых рынках и роста стоимости привлечения на рынке заемные средства для корпоративных клиентов банков подорожали. О непростой ситуации на рынке кредитования корпоративных клиентов свидетельствует статистика Банка России: просроченная задолженность в августе 2011 г. выросла на 3,6% (по розничным – на 1,1%) [10].

При выдаче банком условного обязательства кредитного характера всегда есть опасение неблагонадежности заемщика, а невозврат кредита повлечет потери для банка. Поэтому кредитная организация:

– оценивает финансовое положение контрагента для выявления вероятности неисполнения либо ненадлежащего исполнения им договорных обязательств;

– классифицирует по одной из пяти категорий качества.

Под I категорией качества понимается то, что анализ деятельности контрагента и (или) функционирования рынка (рынков) не выявил реальной и потенциальной угрозы потерь, и есть основания полагать, что контрагент полностью и своевременно исполнит свои обязательства [7].

Для II–V категорий формируется резерв, что снижает риск возникновения убытков кредитной организации.

Оценка потенциальных заемщиков банка является важнейшей задачей кредитного отдела банка для снижения риска невозврата кредитов. Поскольку суммы кредитных обязательств корпоративных заемщиков значительны и доля кредитов предприятиям в активах большинства крупных российских банков велика, то банк должен тщательно подходить к экспертизе и выбору потенциального корпоративного заемщика.

Цели кредитования могут быть различными:

– пополнение расчетных (текущих) счетов;

– погашение кредитов в других банках;

– предоставление/погашение займов третьих лиц;

– приобретение ценных бумаг;

– осуществление вложений в уставные капиталы других юридических лиц;

– приобретение недвижимого имущества, включая земельные участки;

– осуществление инвестиционной деятельности в форме капитальных вложений и пр.

Разумеется, этот перечень целей кредитования не является исчерпывающим.

В одном случае – это способ поддержания предприятий в условиях временных финансовых трудностей, когда по решению уполномоченных лиц (органов) банка проводится кредитование значимых и важных для экономики России предприятий. Например, автомобилестроительная отрасль имеет стратегическое значение для экономического развития России. В октябре 2011 г. ОАО «Ульяновский автомобильный завод» привлекло 3,3 млрд руб., несмотря на снижение чистой прибыли завода по состоянию на 30.06.2011 на 208 млн руб. по сравнению с аналогичным периодом прошлого года.

В другом случае – это может быть финансирование текущей финансово-хозяйственной деятельности. Скажем, в октябре 2011 г. ОАО «Челябинский трубопрокатный завод» открыло кредитную линию на 15 млрд руб. для пополнения оборотных средств, а ОАО «Кузнецкие ферросплавы» открыло кредитную линию на 1 млрд руб. на 5 лет для финансирования и рефинансирования затрат на модернизацию производства ферросплавов.

На практике важной задачей банка является формирование приоритетной последовательности кредитования предприятий на основании имеющейся (предоставленной клиентом) информации о фактических и/или прогнозных значениях финансовых показателей потенциальных заемщиков.

По выбору авторов, указанная задача решается на примере следующих компаний горнодобываю-

щего и металлургического секторов экономики, которые обратились в банк для получения кредита и будут оцениваться кредитным аналитиком:

– ОАО «Новолипецкий металлургический комбинат» (НЛМК);

– ОАО «Лебединский горно-обогатительный комбинат» (ЛГОК);

– ОАО «Северсталь» (Северсталь);

– ОАО «Магнитогорский металлургический комбинат» (ММК);

– ОАО «Оскольский электрометаллургический комбинат» (ОЭМК);

– ОАО «Коршуновский горно-обогатительный комбинат» (КГОК);

– ОАО «Челябинский электрометаллургический комбинат» (ЧЭМК);

– ОАО «ЕВРАЗ Высокогорский горно-обогатительный комбинат» (ВГОК);

– ОАО «Белорецкий металлургический комбинат» (БМК).

Поскольку банк должен принимать решения в неблагоприятных условиях неопределенности, целесообразно для анализа этой задачи использовать модель «Игра с природой» [2], в которой закон распределения вероятностей условий, при которых будет приниматься решение, неизвестен, а подход к определению оптимальности стратегий является достаточно осторожным.

2. Пусть в игре с природой [2] игрок A обладает $m\ (\geq 2)$ стратегиями A_i, $i \in I = \{1,2,...,m\}$, множество которых обозначим S, а природа может находиться в одном из $n\ (\geq 2)$ своих состояний Π_j, $j \in J = \{1,2,...,n\}$.

Пусть:

$A =$

A_i \ Π_j	Π_1	Π_2	...	Π_n
A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
...	...	...	...	...
A_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

и $\boldsymbol{R} =$

A_i \ Π_j	Π_1	Π_2	...	Π_n
A_1	r_{11}	r_{12}	...	r_{1n}
A_2	r_{21}	r_{22}	...	r_{2n}
...	...	...	...	...
A_m	r_{m1}	r_{m2}	...	r_{mn}

Приведенные матрицы – матрицы соответственно выигрышей и рисков игрока A, где риски определяются следующим образом: $r_{ij} = \beta_j - a_{ij}$, $i \in I$, $j \in J$; а $\beta_j = \max\{a_{ij} : i \in I\}$, $j \in J$ – показатель благоприятности состояния Π_j [2, гл. 1].

Напомним основные компоненты, определяющие критерии Вальда и Сэвиджа.

По критерию Вальда (W-критерию) [2, § 3.1, 3.2]: $W_i = \min\{a_{ij} : j \in J\}$ – показатель (W-показатель) эффективности стратегии A_i, $i \in I$; $W_S = \max\{W_i : A_i \in S\} = \max\{W_i : i \in I\}$ – цена (W-цена) игры в стратегиях множества S; стратегия A_k называется оптимальной (W-оптимальной) во множестве S, если $W_k = W_S$; $S^{O(W)}$ – множество стратегий, W-оптимальных во множестве S.

По критерию Сэвиджа (Sav-критерию) ([9], [2, § 3.5, 3.6]): $Sav_i = \max\{r_{ij} : j \in J\}$ – показатель (Sav-показатель) неэффективности стратегии A_i, $i \in I$; $Sav_S = \min\{Sav_i : A_i \in S\} = \min\{Sav_i : i \in I\}$ – цена (Sav-цена) игры в стратегиях множества S; стратегия A_k называется оптимальной (Sav-оптимальной) во множестве S, если $Sav_k = Sav_S$; $S^{O(Sav)}$ – множество стратегий, Sav-оптимальных во множестве S.

Из приведенных определений явствует, что критерий Вальда ориентирует игрока A при выборе им стратегии на наименьший выигрыш, а критерий Сэвиджа – на наибольший риск.

Можно доказать, предъявив соответствующий пример, что критерии Вальда и Сэвиджа между собой несравнимы, т. е. ни одно из множеств $S^{O(W)}$ и $S^{O(Sav)}$ не является подмножеством другого.

3. В публикациях ряда исследователей [3, 4, 5, 6] сконструирован новый синтетический критерий, названный критерием Вальда–Сэвиджа, позволяющий подойти к проблеме выбора стратегии с синтетической (совместной) точки зрения выигрышей и игровых рисков. Для его определения введем в рассмотрение показатели $\alpha \in [0,1]$ и $(1 - \alpha)$ степени предпочтения, отдаваемого игроком A соответственно выигрышам и рискам. Выбор игроком A значения показателя $\alpha \in [0,1]$ является субъективным и связан с психологическими особенностями игрока A, определяющими его отношение к выигрышам и рискам.

Основными составляющими *критерия Вальда–Сэвиджа с показателем* $\alpha \in [0,1]$ (($WSav(\alpha)$-критерия) являются:

$$(WSav)_i(\alpha) = \alpha W_i - (1-\alpha)Sav_i = (W_i + Sav_i)\alpha - Sav_i - \quad (1)$$

показатель ($WSav(\alpha)$-показатель) эффективности стратегии A_i, $i \in I$; $(WSav)_S(\alpha) =$

$= \max\{(WSav)_i(\alpha) : i \in I\}$ – цена ($(WSav)(\alpha)$-цена) игры в чистых стратегиях; стратегию A_k назовем оптимальной ($(WSav)(\alpha)$-оптимальной) во множестве S чистых стратегий, если $(WSav)_k(\alpha) = (WSav)_S(\alpha)$; $S^{O((WSav)(\alpha))}$ – множество стратегий, $(WSav)(\alpha)$-оптимальных во множестве S чистых стратегий.

При $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$ критерий Вальда–Сэвиджа превращается соответственно в критерий, «противоположный» критерию Сэвиджа, и в критерий Вальда.

Отметим, что критерий Вальда–Сэвиджа по смысловому содержанию принципиально отличается от критерия Гурвица относительно выигрышей [8], [2, § 4.5] и критерия Гурвица относительно рисков [2, § 4.8].

О структуре множества $S^{O((WSav)(\alpha))}$ стратегий, $(WSav)(\alpha)$-оптимальных во множестве S, в тезисах [4] и заметке [3] анонсирован, а в статье [5] подробно доказан результат, состоящий в том, что для любого показателя $\alpha \in (0, 1)$ равенство $S^{O((WSav)(\alpha))} = S^{O(W)} \bigcap S^{O(Sav)}$ эквивалентно условию

$$S^{CO(W)} \bigcap S^{O(Sav)} \neq \varnothing. \quad (2)$$

В связи с этим возникает вопрос о структуре множества $S^{O((WSav)(\alpha))}$ стратегий, оптимальных во множестве S чистых стратегий по критерию Вальда–Сэвиджа с показателем $\alpha \in (0, 1)$ в случае невыполнения условия (2), т. е. выполнения условия

$$S^{O(W)} \bigcap S^{O(Sav)} = \varnothing. \quad (3)$$

Цель исследования – дать (при некоторых условиях) с доказательством ответ на поставленный вопрос. А полученный результат проиллюстрировать на примере решения задачи формирования приоритетной последовательности кредитования банком потенциальных корпоративных заемщиков.

Для формулирования основной теоремы, анонсированной без доказательства в тезисах [6], введем следующие обозначения:

$$\alpha_{(WSav)} = \frac{Sav_{S^{O(W)}} - Sav_S}{(Sav_{S^{O(W)}} - Sav_S) + (W_S - W_{S^{O(Sav)}})}, \quad (4)$$

где $Sav_{S^{O(W)}}$ и $W_{S^{O(Sav)}}$ – цены игры соответственно по критерию Сэвиджа в стратегиях множества $S^{O(W)}$ и по критерию Вальда в стратегиях множества $S^{O(Sav)}$;

$(S^{O(Sav)})^{O(W)}$ – множество стратегий, W-оптимальных во множестве $S^{O(Sav)}$;

$(S^{O(W)})^{O(Sav)}$ – множество стратегий, Sav-оптимальных во множестве $S^{O(W)}$.

Теорема. *Пусть выполняется условие* (3) *и пусть для каждой стратегии A_i, не являющейся оптимальной во множестве S чистых стратегий ни по критерию Вальда, ни по критерию Сэвиджа, выполняется неравенство*

$$(Sav_{S^{O(w)}} - Sav_S)W_i - (W_S - W_{S^{O(Sav)}})Sav_i < W_{S^{O(Sav)}}Sav_{S^{O(W)}} - W_S Sav_S. \quad (5)$$

Тогда множество $S^{O((WSav)(\alpha))}$ стратегий, оптимальных во множестве S чистых стратегий по критерию Вальда–Сэвиджа в зависимости от значений показателя $\alpha \in [0, 1]$, имеет следующую структуру

$$S^{O((WSav)(\alpha))} = \begin{cases} S^{O(Sav)}, \text{ при } \alpha = 0, \\ (S^{O(Sav)})^{O(W)}, \text{ при } 0 < \alpha < \alpha_{(WSav)}, \\ (S^{O(Sav)})^{O(W)} \bigcup (S^{O(W)})^{O(Sav)}, \\ \text{при } \alpha = \alpha_{(WSav)}, \\ (S^{O(W)})^{O(Sav)}, \text{ при } \alpha_{(WSav)} < \alpha < 1, \\ S^{O(W)}, \text{ при } \alpha = 1. \end{cases} \quad (6)$$

Доказательство этой теоремы базируется на ряде вспомогательных утверждений (лемм), формулировки которых приводятся ниже. В силу ограниченности объема статьи доказательства лемм не приводим.

Лемма 1. *При выполнении условия* (3) *справедливы неравенства* $Sav_{S^{O(W)}} > Sav_S$ *и* $W_{S^{O(Sav)}} < W_S$.

На основании леммы 1 доказывается следующая лемма.

Лемма 2. *При условии* (3) *справедливо двойное неравенство* $0 < \alpha_{(WSav)} < 1$.

Из представления (1) видно, что $(WSav)_i(\alpha)$ является линейной функцией аргумента $\alpha \in [0, 1]$ с угловым коэффициентом $(W_i + Sav_i)$. Следовательно, графиком функции $(WSav)_i(\alpha)$ является прямолинейный отрезок в полосе $0 \le \alpha \le 1$, а графиком цены игры $(WSav)_S(\alpha) = \max\{(WSav)_i(\alpha) : i \in I\}$ в чистых стратегиях является верхняя огибающая отрезков $(WSav)_i(\alpha)$, $i \in I$.

Лемма 3. *Пусть выполняется условие* (3) *и пусть*

$$A_k \in (S^{O(Sav)})^{O(W)}, \quad (7)$$

$$A_l \in (S^{O(W)})^{O(Sav)}. \quad (8)$$

Тогда отрезки $(WSav)_k(\alpha)$ и $(WSav)_l(\alpha)$ не совпадают и пересекаются в точке $N(\alpha_{(WSav)}, \delta_{(WSav)})$ с абсциссой $\alpha_{(WSav)}$ и ординатой

$$\delta_{(WSav)} = \frac{W_{S^{O(Sav)}} \cdot Sav_{S^{O(W)}} - W_S \cdot Sav_S}{(Sav_{S^{O(W)}} - Sav_S) + (W_S - W_{S^{O(Sav)}})}.$$

Доказательство леммы 3 используют леммы 1 и 2.

Лемма 4. *Если выполняется условие* (7), *то для каждой стратегии*

$$A_i \in S^{O(Sav)} \quad (9)$$

справедливо неравенство $(WSav)_i(\alpha) \le (WSav)_k(\alpha)$, $\alpha \in [0, 1]$.

Лемма 5. *Если выполняется условие* (8), *то для каждой стратегии*

$$A_i \in (S)^{O(W)} \quad (10)$$

справедливо неравенство $(WSav)_i(\alpha) \le (WSav)_l(\alpha)$, $\alpha \in [0, 1]$.

Лемма 6. *Пусть выполняются условия* (3) и (7). *Тогда для каждой стратегии* A_i, удовлетворяющей условию (10), *справедливо неравенство*

$$(WSav)_i(\alpha) \le (WSav)_k(\alpha), \quad \alpha \in [0, \alpha_{(WSav)}].$$

Лемма 7. *Пусть выполняются условия* (3) и (8). *Тогда для каждой стратегии* A_i, *удовлетворяющей условию* (9), *справедливо неравенство*

$$(WSav)_i(\alpha) \le (WSav)_l(\alpha), \quad \alpha \in [\alpha_{(WSav)}, 1].$$

Лемма 8. *Пусть выполняются условия* (3), (7) *и* (8). *Тогда для каждой стратегии* $A_i \notin S^{O(W)} \bigcup S^{O(Sav)}$, *удовлетворяющей неравенству* (5), *справедливы неравенства*

$$(WSav)_i(\alpha) < \begin{cases} (WSav)_k(\alpha), \text{ при } \alpha \in [0, \ \alpha_{(WSav)}], \\ (WSav)_l(\alpha), \text{ при } \alpha \in [\alpha_{(WSav)}, 1]. \end{cases}$$

Доказательство теоремы. Так как $(WSav)(\alpha)$-критерий при $\alpha = 0$ совпадает с критерием, противоположным *Sav*-критерию, то первое равенство (6) доказано.

Пусть $0 < \alpha < \alpha_{(WSav)}$ и $A_k \in (S^{O(Sav)})^{O(W)}$. Тогда по леммам 4, 6 и 8 справедливо неравенство $(WSav)_i(\alpha) \le (WSav)_k(\alpha)$ соответственно для стратегий $A_i \in (S^C)^{O(Sav)}$, $A_i \in S^{O(W)}$ и $A_i \notin S^{O(W)} \bigcup S^{O(Sav)}$. Это доказывает второе равенство (6).

Пусть $\alpha = \alpha_{(WSav)}$, $A_k \in (S^{O(Sav)})^{O(W)}$ и $A_l \in (S^{O(W)})^{O(Sav)}$. Тогда, по лемме 3, $(WSav)_k(\alpha_{(WSav)}) = (WSav)_l(\alpha_{(WSav)})$. Отсюда в силу, например, лемм 4, 6 и 8 выполняется неравенство $(WSav)_i(\alpha_{(WSav)}) \le (WSav)_k(\alpha_{(WSav)}) = (WSav)_l(\alpha_{(WSav)})$ соответственно для стратегий $A_i \in S^{O(Sav)}$, $A_i \in S^{O(W)}$ и $A_i \notin S^{O(W)} \bigcup S^{O(Sav)}$. А это означает, что справедливо третье равенство (6).

Пусть теперь $\alpha_{(WSav)} < \alpha < 1$ и $A_l \in (S^{O(W)})^{O(Sav)}$. Тогда по леммам 5, 7 и 8 справедливо неравенство $(WSav)_i(\alpha) \le (WSav)_l(\alpha)$ соответственно для стратегий $A_i \in S^{O(W)}$, $A_i \in S^{O(Sav)}$ и $A_i \notin S^{O(W)} \bigcup S^{O(Sav)}$. Это доказывает четвертое равенство (6).

Пусть, наконец, $\alpha = 1$. Тогда $(WSav)(\alpha)$-критерий совпадает с *W*-критерием и, следовательно, имеет место последнее равенство (6).

Для практического использования теоремы удобно пользоваться следующим алгоритмом.

Алгоритм.

1. Сформировать матрицу ***A*** выигрышей игрока *A*.

2. По выигрышам матрицы ***A*** найти показатели эффективности W_i, $i \in I$.

3. По найденным в п. 2 показателям W_i найти цену игры W_S.

4. Используя п. 2 и 3, найти множество $S^{O(W)}$.

5. Используя матрицу выигрышей ***A***, сформировать матрицу рисков ***R.***

6. По рискам матрицы ***R*** найти показатели неэффективности Sav_i, $i \in I$.

7. По найденным в п. 6 показателям Sav_i найти цену игры Sav_S.

8. Используя п. 6 и 7, найти множество $S^{O(Sav)}$.

9. Используя п. 4 и 8, проверить выполнимость условия (3).

Если условие (3) не выполняется, т. е. выполняется условие (2), то множество стратегий, $(WSav)(\alpha)$-оптимальных во множестве *S* чистых стратегиях, имеет следующую структуру

$$S^{O((WSav)(\alpha))} = \begin{cases} S^{O(Sav)}, \text{ при } \alpha = 0; \\ S^{O(W)} \bigcap S^{O(Sav)}, \text{ при } \alpha \in (0, 1); \\ S^{O(W)}, \text{ при } \alpha = 1. \end{cases}$$

Если условие (3) выполняется, то перейти к следующему пункту.

10. На основании п. 4 и 6 найти цену игры $Sav_{S^{O(W)}}$.

11. На основании п. 8 и 3 найти цену игры $W_{S^{O(Sav)}}$.

12. На основании п. 4 и 8 найти множество стратегий $A_i \notin S^{O(W)} \bigcup S^{O(Sav)}$.

13. Для каждой стратегии $A_i \notin S^{O(W)} \bigcup S^{O(Sav)}$, используя п. 3, 7, 10 и 11, проверить выполнимость неравенства (5).

Если хотя бы для одной из стратегий $A_i \notin S^{O(W)} \bigcup S^{O(Sav)}$ неравенство (5) не выполняется, то алгоритм прекращается и о структуре множества $S^{O((WSav)(\alpha))}$ ничего определенного сказать нельзя.

Если же для каждой стратегии $A_i \notin S^{O(W)} \bigcup S^{O(Sav)}$ неравенство (5) имеет место, то следует перейти к следующему пункту.

14. Используя п. 8 и 3, найти множество $(S^{O(Sav)})^{O(W)}$.

15. Используя п. 4 и 6, найти множество $(S^{O(W)})^{O(Sav)}$.

16. Используя п. 10, 7, 3, 11, найти по формуле (4) значение $\alpha_{(WSav)}$.

17. Используя п. 8, 14, 15, 4 и 16, найти по формуле (6) структуру множества $S^{O((WSav)(\alpha))}$ стратегий, $(WSav)(\alpha)$-оптимальных во множестве чистых стратегий.

4. Проведем математическую формализацию задачи формирования приоритетной последовательности кредитования банком потенциальных корпоративных заемщиков.

Игроком *A* является банк (руководство банка, департамент кредитования, кредитный аналитик, принимающие решение). Игрок *A* обладает чистыми стратегиями: $A_1,...,A_9$, состоящими в кредитовании соответственно предприятий НЛМК, ЛГОК, Северсталь, ММК, ОЭМК, КГОК, ЧЭМК, ВГОК, БМК.

Одно из определений природы в рассматриваемой модели гласит, что природа – это то, что определяет при каждой фиксированной альтернативе появление того или иного исхода. В соответствии с этим определением в качестве природы рассмотрим ситуацию на кредитном рынке, а в качестве ее пяти состояний $П_1, П_2, П_3, П_4, П_5$, – комплексы факторов (см. таблицу), определяющих чистую прибыль указанных предприятий, такую же, как соответственно во II квартале 2010 г., в III квартале 2010 г., в IV квартале 2010 г., в I квартале 2011 г., во II квартале 2011 г., взятую из ежеквартальной финансовой отчетности предприятий по состоянию соответственно на 30.06.2010, 30.09.2010, 31.12.2010, 31.03.2011, 30.06.2011.

Выбор пяти состояний обусловлен принятой в банках методологией: для принятия решений о кредитовании кредитный аналитик анализирует финансовое состояние предприятий – потенциальных заемщиков за последние пять отчетных дат.

Факторы, определяющие чистую прибыль предприятий, меняются от состояния к состоянию природы. В качестве причин, порождающих такую изменчивость, можно указать следующие:

1. Выручка предприятия зависит не только от производственных мощностей самого предприятия, но и от конъюнктуры рынка. Поэтому на протяжении рассмотренных пяти кварталов

Факторы, определяющие чистую прибыль предприятий

Внешние факторы	Состояния природы				
	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$
Выручка (нетто) от продажи товаров, продукции, работ, услуг	В связи с улучшением ситуации в российской экономике (повышение спроса на металлопродукцию и улучшение ценовой конъюнктуры на внутреннем и внешних рынках, загрузка сталеплавильных мощностей до предкризисного уровня) наблюдается умеренный экономический рост:				
	– увеличение загрузки мощностей; – рост цен на готовую продукцию (сталь)	– рост объемов производства; – изменение цен на рынке	– рост объемов продаж; – заключение контрактов на поставку продукции; – изменение цен на рынке	– увеличение экспорта продукции; – изменение цен на рынке	– увеличение мощностей за счет модернизации производства; – изменение цен на рынке
Себестоимость проданных товаров, продукции, работ, услуг	Рост затрат на сырье и материалы (в связи с ростом производства)	Рост затрат на оплату труда (период длительных отпусков)	Рост потребления топлива и энергии (начало зимнего периода)	Пик затрат на топливо и энергию	Увеличение капитальных затрат в связи с возобновлением проектов, приостановленных на время кризисного периода (сентябрь 2008 г. –июнь 2009 г.)
Изменение валютных курсов влияет на экспортную выручку, проценты к уплате по валютным обязательствам и прочие расходы (продажа валюты)	Официальные курсы иностранных валют по отношению к рублю Российской Федерации, установленные Банком России:				
	1 доллар США = 31,1954 руб.; 1 евро = 38,1863 руб.	1 доллар США = 30,4030 руб.; 1 евро = 41,3481 руб.	1 доллар США = 30,4769 руб.; 1 евро = 40,3331 руб.	1 доллар США = 28,4290 руб.; 1 евро = 40,0223 руб.	1 доллар США = 28,0758 руб.; 1 евро = 40,3870 руб.

ситуация на рынке постоянно меняется. Например, строительный бум способствует увеличению производства металлоконструкций и росту цен на готовую продукцию. При этом выручка металлообрабатывающих предприятий также растет.

2. Себестоимость производства также определяется множеством факторов: от способа производства готовой продукции до биржевых цен на сырье (в случае отсутствия у предприятия собственной сырьевой базы). Даже в случае заключения предприятием с поставщиками долгосрочных договоров поставки сырья закупочная цена постоянно пересматривается.
3. Официальные курсы иностранных валют по отношению к рублю Российской Федерации устанавливаются Банком России ежедневно (по рабочим дням) на основе котировок иностранных валют на международных валютных рынках, на межбанковском внутреннем валютном рынке, а также официальных курсов, устанавливаемых центральными банками иностранных государств.

В связи с вариативным характером вышеуказанных факторов нахождение природы в каждом из состояний $П_j, j = 1,\ldots, 5$, исключает ее одновременное нахождение в каждом из остальных состояний, т. е. состояния природы $П_j, j = 1,\ldots, 5$, альтернативны.

Итак, в данном случае $m = 9$, $I = \{1,...,9\}$, $S = \{A_1,..., A_9\}$, $n = 5$, $J = \{1,...,5\}$. Моделировать предпочтения банка при выборе предприятия как потенциального объекта кредитования в условиях неопределенности (риска) можно с точки зрения нормы прибыли этого предприятия. Для оценки прибыли, полученной на собственный капитал, или чистой прибыли финансовые расходы вычитают из операционной прибыли. Нераспределенная часть чистой прибыли реинвестируется в дальнейшую деятельность и способствует росту капитала организации. Поэтому в качестве выигрышей игрока A будем использовать показатели «Чистая прибыль за квартал, млрд руб.» для предприятий НЛМК, ЛГОК, Северсталь, ММК, ОЭМК, КГОК, ЧЭМК, ВГОК и БМК, представленные на соответствующих официальных сайтах [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19]. Таким образом, получаем матрицу 1 выигрышей $\boldsymbol{A}$ (п. 1 алгоритма).

В последнем столбце матрицы (1) проставлены показатели эффективности W_i (п. 2 алгоритма) и цена игры $W_S = 6{,}1$ (п. 3 алгоритма). Определяем множество стратегий, W-оптимальных во множестве S: $S^{O(W)} = \{A_2\}$ (п. 4 алгоритма). Используя полученные в последней строке матрицы (1) показатели благоприятности состояний природы β_j, $j \in J$, построим матрицу рисков (п. 5 алгоритма) (матрица 2).

В последнем столбце матрицы (2) проставлены показатели неэффективности чистых стратегий Sav_i, $i \in I$, (п. 6 алгоритма). Цена игры и множество Sav-оптимальных стратегий во множестве S равны соответственно $Sav_S = 5$ (п. 7 алгоритма) и $S^{O(Sav)} = \{A_1\}$ (п. 8 алгоритма). Для полученных множеств $S^{O(W)}$ и $S^{O(Sav)}$ выполняется условие (3) (п. 9 алгоритма).

Находим Sav-цену игры в стратегиях множества $S^{O(W)}$: $Sav_{S^{O(W)}} = Sav_{\{A_2\}} = \min\{Sav_2\} = Sav_2 = 17{,}3$ (п. 10 алгоритма) и W-цену игры в стратегиях множества $S^{O(Sav)}$: $W_{S^{O(Sav)}} = W_{\{A_1\}} = \max\{W_1\} = W_1 = 4{,}2$ (п. 11 алгоритма).

Для каждой стратегии из множества $S \setminus [S^{O(W)} \cup S^{O(Sav)}] = \{A_3, A_4, ..., A_9\}$ (п. 12 алгорит-

Матрица 1

A_i \ $П_j$	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	W_i
A_1	11,7	13,8	4,2	7,0	28,1	4,2
A_2	6,1	6,7	6,7	10,4	10,8	6,1
A_3	5,0	5,8	–58,9	8,2	7,9	–58,9
A_4	0,7	8,2	9,2	4,5	2,5	0,7
A_5	0,6	1,8	2,5	2,9	2,4	0,6
A_6	1,4	0,9	0,6	1,0	1,4	0,6
A_7	0,9	0,6	0,7	0,6	0,6	0,6
A_8	0,5	0,4	0,1	0,3	0,6	0,1
A_9	0,2	0,1	0,1	0,1	0,4	0,1
β_j	11,7	13,8	9,2	10,4	28,1	$W_{S^C} = 6{,}1$

(11)

Матрица 2

A_i \ $П_j$	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	Sav_i
A_1	0	0	5	3,4	0	**5**
A_2	5,6	7,1	2,5	0	17,3	17,3
A_3	6,7	8	68,1	2,2	20,2	68,1
A_4	11	5,6	0	5,9	25,6	25,6
A_5	11,1	12	6,7	7,5	25,7	25,7
A_6	10,3	12,9	8,6	9,4	26,7	26,7
A_7	10,8	13,2	8,5	9,8	27,5	27,5
A_8	11,2	13,4	9,1	10,1	27,5	27,5
A_9	11,5	13,7	9,1	10,3	27,7	27,7

(12)

ма) проверим выполнимость неравенства (5) (п. 13 алгоритма). Правая часть неравенства (5), не зависящая от номера $i = 3, 4, \ldots, 9$, равна $W_{S^{O(Sav)}} Sav_{S^{O(W)}} - W_S Sav_S = 4,2 \cdot 17,3 - 6,1 \cdot 5 = 42,16$. Значения левой части неравенства (5) для каждой чистой стратегии A_i, $i = 3, 4, \ldots, 9$ представлены в форме 1.

Поскольку все полученные значения отрицательные и меньше 42,16, то для всех $A_i \notin S^{O(W)} \bigcup S^{O(Sav)}$ выполняется неравенство (5). Определим множество стратегий, *W*-оптимальных во множестве $S^{O(Sav)}$: $(S^{O(Sav)})^{O(W)} = \{A_1\}$ (п. 14 алгоритма). Определим множество стратегий, *Sav*-оптимальных во множестве $S^{O(W)}$: $(S^{O(W)})^{O(Sav)} = \{A_2\}$ (п. 15 алгоритма). Тогда (п. 16 алгоритма) по формуле (4) имеем: $\alpha_{(WSav)} = (17,3 - 5)/(17,3 - 5 + 6,1 - 4,2) \approx 0,866$.

С учетом полученных результатов структура множества стратегий, оптимальных по критерию Вальда–Сэвиджа во множестве чистых стратегий в зависимости от значений показателя $\alpha \in [0,1]$, имеет следующий вид:

$$S^{O((WSav)(\alpha))} = \begin{cases} \{A_1\}, \text{ при } 0 \le \alpha < 0,866; \\ \{A_1, A_2\}, \text{ при } \alpha = 0,866; \\ \{A_2\}, \text{ при } 0,866 < \alpha \le 1. \end{cases} \quad (13)$$

Представим геометрически множество (13) $(WSav)(\alpha)$-оптимальных стратегий во множестве чистых стратегий. Для каждой чистой стратегии A_i, $i \in I$, определим согласно формуле (1) показатель эффективности по критерию Вальда-Сэвиджа с показателем $\alpha \in [0, 1]$:

$$\begin{cases} (WSav)_1(\alpha) = (4,2 + 5)\alpha - 5 = 9,2\alpha - 5, \ \alpha \in [0,1]; \\ (WSav)_2(\alpha) = (6,1 + 17,3)\alpha - 17,3 = 23,4\alpha - 17,3, \ \alpha \in [0,1]; \\ (WSav)_3(\alpha) = (-58,9 + 68,1)\alpha - 68,1 = 9,2\alpha - 68,1, \ \alpha \in [0,1]; \\ (WSav)_4(\alpha) = (0,7 + 25,6)\alpha - 25,6 = 26,3\alpha - 25,6, \ \alpha \in [0,1]; \\ (WSav)_5(\alpha) = (0,6 + 25,7)\alpha - 25,7 = 26,3\alpha - 25,7, \ \alpha \in [0,1]; \\ (WSav)_6(\alpha) = (0,6 + 26,7)\alpha - 26,7 = 27,3\alpha - 26,7, \ \alpha \in [0,1]; \\ (WSav)_7(\alpha) = (0,6 + 27,5)\alpha - 27,5 = 28,1\alpha - 27,5, \ \alpha \in [0,1]; \\ (WSav)_8(\alpha) = (0,1 + 27,5)\alpha - 27,5 = 27,6\alpha - 27,5, \ \alpha \in [0,1]; \\ (WSav)_9(\alpha) = (0,1 + 27,7)\alpha - 27,7 = 27,8\alpha - 27,7, \ \alpha \in [0,1]. \end{cases} \quad (14)$$

Графиком каждого из показателей эффективности $(WSav)_i(\alpha)$ из (14) как функции от $\alpha \in [0,1]$ является прямолинейный отрезок в полосе $0 \le \alpha \le 1$. Рассмотрим взаимное расположение этих отрезков.

Вычисленные значения показателей эффективности $(WSav)_i(\alpha)$, $i = 1, 2..., 9$, в концах отрезка $[0,1]$ представлены в форме 2.

Так как левый конец $(WSav)_1(0) = -5$ отрезка $(WSav)_1(\alpha)$ больше левого конца $(WSav)_2(0) = -17,3$

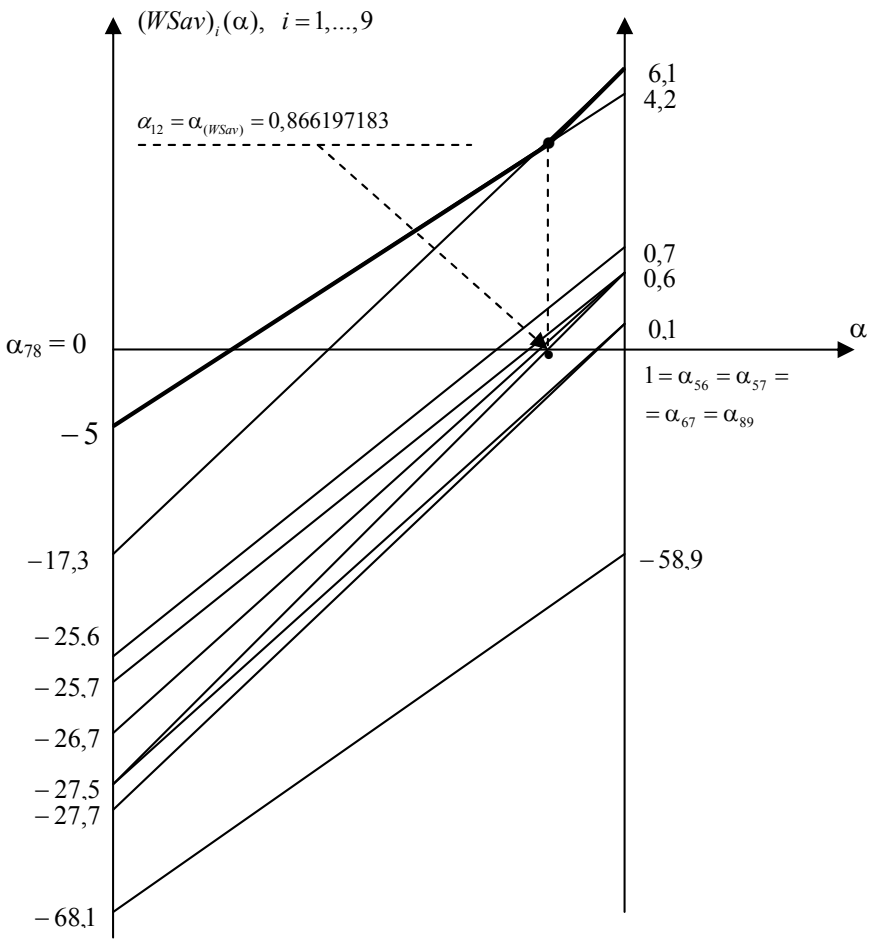
Форма 1

A_i	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9
$(Sav_{S^{O(w)}} - Sav_S)W_i - -(W_S - W_{S^{O(Sav)}})Sav_i$	–853,86	–40,03	–41,45	–43,35	–44,87	–51,02	–51,4

Форма 2

i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	9
$(WSav)_i(0)$	–5	–17,3	–68,1	–25,6	–25,7	–26,7	–27,5	–27,5	–27,7
$(WSav)_i(1)$	4,2	6,1	–58,9	0,7	0,6	0,6	0,6	0,1	0,1

отрезка $(WSav)_2(\alpha)$, а правый конец $(WSav)_1(1) = 4,2$ отрезка $(WSav)_1(\alpha)$ меньше правого конца $(WSav)_2(1) = 6,1$ отрезка $(WSav)_2(\alpha)$, то отрезок $(WSav)_1(\alpha)$ пересекается с отрезком $(WSav)_2(\alpha)$. Так как левый и правый концы каждого из отрезков $(WSav)_i(\alpha)$, $i = 3,4,...,9$ меньше соответственно левого и правого конца отрезков $(WSav)_1(\alpha)$ и $(WSav)_2(\alpha)$, то отрезки $(WSav)_1(\alpha)$ и $(WSav)_2(\alpha)$ в полосе $0 \le \alpha \le 1$ не пересекаются ни с одним из отрезков $(WSav)_i(\alpha)$, $i = 3,4,...,9$. Из равенства $(WSav)_i(1) = 0,7$, i = 5,6,7, следует пересечение между собой отрезков $(WSav)_i(\alpha)$, $i = 5,6,7$, в правом конце α = 1. Очевидно, что пересекаются также отрезки $(WSav)_7(\alpha)$ с $(WSav)_8(\alpha)$ и $(WSav)_8(\alpha)$ с $(WSav)_9(\alpha)$, поскольку $(WSav)_7(0) = (WSav)_8(0) = -27,5$ и $(WSav)_8(1) = (WSav)_9(1) = 0,1$.



Графики показателей эффективности

Из решения уравнения $(WSav)_1(\alpha) = (WSav)_2(\alpha)$, т. е. $9,2\alpha - 5 = 23,4\alpha - 17,3$, находим значение абсциссы $\alpha_{12} = 0,866197183$ точки пересечения отрезков $(WSav)_1(\alpha)$ и $(WSav)_2(\alpha)$. Оно совпадает со значением $\alpha_{(WSav)}$, полученным по формуле (4). Аналогичным образом находим абсциссы $\alpha_{56} = \alpha_{57} = \alpha_{67} = 1$, $\alpha_{78} = 0$, $\alpha_{89} = 1$.

Графики показателей эффективности (14) схематически представлены на рисунке.

При этом график показателей эффективности стратегий множества (13), оптимальных во множестве чистых стратегий по критерию Вальда–Сэвиджа в зависимости от значений показателя α, является верхней огибающей отрезков, выделенной на рисунке жирной линией.

Найденные значения α разбивают отрезок [0, 1] на две части: [0; 0,866] и [0,866; 1].

Вычислим значения показателей эффективности $(WSav)_i(\alpha)$, $i = 1,2,...,9$, согласно (60) в точке $\alpha_{(WSav)} = 0,866197183$, округляя результаты до сотых (форма 3).

Объединим для рассмотрения значения показателей эффективности $(WSav)_i(\alpha)$ из форм 2, 3, чтобы определить место каждой стратегии A_i в приоритетных последовательностях при значениях выигрышпоказателей α = 0, α = 0,866, α = 1 и в интервалах между ними. Для этого сначала в каждой строчке формы 4 значения показателей эффективности ранжируем в невозрастающем порядке и каждому значению присваиваем порядковый номер (в форме 5 эти номера проставлены в нижних частях ячеек полужирным шрифтом).

Если значения нескольких показателей эффективности, стоящие в одной строке, совпадают, то это означает, что для соответствующих стратегий номера в приоритетной последовательности могут

Форма 3

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$(WSav)_i(\alpha_{WSav})$	2,97	2,97	–60,13	–2,82	–2,92	–3,05	–3,16	–3,59	–3,62

меняться. Например, в первой строке в ячейках 7 и 8 стоят одинаковые значения, равные – 27,5, поэтому в приоритетной последовательности стратегии A_7 и A_8 можно ставить соответственно на 7-е и 6-е места или наоборот – на 6-е и 7-е места соответственно.

Если определяется номер чистой стратегии в приоритетной последовательности для значения выигрыш-показателя α из интервала, на котором нет пересечения отрезков, то на место стратегии в последовательности будет указывать номер, являющийся общим для концов такого интервала. Например, общим номером места в приоритетных последовательностях стратегии A_2 при α, находящемся в концах интервала (0,866; 1), является номер 1. Поэтому стратегия A_2 при любом α ∈ (0,866; 1) займет в приоритетной последовательности 1-е место (что и отражено во второй ячейке 4 строки). Исходя из аналогичных рассуждений, определяются все остальные элементы формы 4.

Для удобства экономической интерпретации полученных результатов в решаемой задаче преобразуем информацию из формы 4, определив последовательности приоритетного выбора стратегий для вычисленных значений α∈ [0,1] (форма 5).

Форма 4

Значения выигрыш-показателей α	**Показатели эффективности $(WSav)_i(\alpha)$ чистых стратегий A_i**								
	i=1	*i*=2	*i*=3	*i*=4	*i*=5	*i*=6	*i*=7	*i*=8	*i*=9
α = 0	–5 **1**	–17,3 **2**	–68,1 **9**	–25,6 **3**	–25,7 **4**	–26,7 **5**	–27,5 **7** **6**	–27,5 **6** **7**	–27,7 **8**
α ∈ (0; 0,866)	1	2	9	3	4	5	6	7	8
α = 0,866	2,97 **1** **2**	2,97 **2** **1**	–60,13 **9**	–2,82 **3**	–2,92 **4**	–3,05 **5**	–3,16 **6**	–3,59 **7**	–3,62 **8**
α ∈ (0,866; 1)	2	1	9	3	4	5	6	7	8
α = 1	4,2 **2**	6,1 **1**	–58,9 **9**	0,7 **3**	0,6 **4** **4** **5** **5** **6** **6**	0,6 **5** **6** **4** **6** **4** **5**	0,6 **6** **5** **6** **4** **5** **4**	0,1 **7** **8**	0,1 **8** **7**

Форма 5

Значения выигрыш-показателей α	**Номер места чистых стратегий A_i в приоритетных последовательностях**								
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
α = 0	A_1	A_2	A_4	A_5	A_6	A_7 A_8	A_8 A_7	A_9	A_3
α ∈ (0; 0,866)	A_1	A_2	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_3
α = 0,866	A_1 A_2	A_2 A_1	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_3
α ∈ (0,866; 1)	A_2	A_1	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_3
α = 1	A_2	A_1	A_4	A_5 A_5 A_6 A_6 A_7 A_7	A_6 A_7 A_5 A_7 A_5 A_6	A_7 A_6 A_7 A_5 A_6 A_5	A_8 A_9	A_9 A_8	A_3

Полученные последовательности стратегий, представленные в форме 5, позволяют сформулировать рекомендации для кредитной организации.

Если банк рассматривает ситуацию кредитования с позиций наименьшего риска, абстрагируясь от величины выигрыша, т. е. принимая значение показателя $\alpha = 0$, то критерий Вальда–Сэвиджа рекомендует производить кредитование предприятий в следующем порядке:

– НЛМК;
– ЛГОК;
– ММК;
– ОЭМК;
– КГОК;
– ЧЭМК;
– ВГОК;
– БМК;
– Северсталь.

Если же банк при кредитовании преследует цель получения наименьшего, но гарантированного выигрыша, игнорируя возможные риски, т. е. при $\alpha = 1$, то приоритетная последовательность кредитуемых предприятий должна быть такой:

– ЛГОК;
– НЛМК;
– ММК;
– ОЭМК и/или КГОК и/или ЧЭМК;
– ВГОК и/или БМК;
– Северсталь.

В случае принятия решения банком о кредитовании на основании совместного учета получения возможной прибыли и риска возможных потерь (при $\alpha \approx 0{,}866$) порядок обслуживания заемщиков будет следующим:

– НЛМК и/или ЛГОК;
– ММК;
– ОЭМК;
– КГОК;
– ЧЭМК;
– ВГОК;
– БМК;
– Северсталь.

Обращает на себя внимание тот факт, что во всех возможных случаях порядка кредитования ОАО «Северсталь» занимает девятую позицию. Несмотря на то, что ОАО «Северсталь» является второй по величине отечественной сталелитейной компанией и возглавляет металлургический дивизион холдинга «Северсталь-групп», согласно международным стандартам финансовой отчетности чистый убыток Северстали в 2009 г. составил 1,12 млрд долл., в 2010 г. – 515,0 млн долл.

Одной из причин, объясняющих такое финансовое положение компании, является тот факт, что треть металлургических мощностей Северстали находится за пределами России. В условиях мирового финансового кризиса эффективность их использования значительно снизилась.

Список литературы

1. *Бычкова Л.* Рейтинг надежности банков: слабый рост лучше стагнации // Финанс. 2011. № 18.

2. *Лабскер Л. Г.* Теория критериев оптимальности и экономические решения: монография. М.: КНОРУС. 2010.

3. *Лабскер Л. Г.*, *Амелина А. В.* Приоритетная последовательность выбора корпоративного заемщика банка на основе синтетического критерия Вальда–Сэвиджа // Бизнес Информ. 2011. № 5.

4. *Лабскер Л. Г.*, *Амелина А. В.* Приоритетная последовательность выбора корпоративного заемщика банка на основе синтетического критерия Вальда–Сэвиджа. Тезисы докладов на III Международной научно-практической конференции «Современные проблемы моделирования социально-экономических систем». Харьков. 2011.

5. *Лабскер Л. Г.*, *Ященко Н. А.*, *Амелина А. В.* Оптимизация выбора корпоративного заемщика банка на основе синтетического критерия Вальда-Сэвиджа // Финансовая аналитика: проблемы и решения. 2011. № 34.

6. *Лабскер Л. Г., Ященко Н. А., Амелина А. В.* О структуре множества стратегий, оптимальных по критерию Вальда–Сэвиджа, и финансовое приложение. Материалы VII Международной научно-практической конференции «Актуальные научные достижения». Прага: Образование и наука. 2011.

7. Положение о порядке формирования кредитными организациями резервов на возможные потери по ссудам, по ссудной и приравненной к ней задолженности: принято Банком России 26.03.2004 № 254-П.

8. *Hurwicz L.* Optimality Criteria for Decision Making under Ignorance // Colwes commission papers, 1951, № 370.

9. *Savage L. J.* The theory of statistical decision // J. Amer. Statist. Assoc., 1951, Vol. 46. № 1. – pp. 55-67.

10. URL: http://lf.rbc.ru/news/potreb/2011/10/05/195106.shtml.

11. URL: http://www. mechel. ru/investors/enclosure/bmk/index. wbp.

12. URL: http://www. vgok. ru.

13. URL: http://www. mechel. ru/investors/enclosure/korshunov.

14. URL: http://www. metallinvest. ru/rus/factorys/gornorydnii-divizion/lebedinskii-gok.

15. URL: http//www. mmk. ru.

16. URL: http://www. nlmkgroup. com.

17. URL: http://metalloinvest. com/rus/factorys/metallyrgiceskii-divizion/oemk.

18. URL: http//www. severstal. com.

19. URL: http://www. chemk. ru.