условием. Следовательно, при любых числах xk*,k=(1,n) и любой функции φ(x) всегда можно выбрать такие λi*, i = (1,n+1) , чтобы второе и третье условие выполнялись.

Подставим соотношение 20 в четвёртое условие, тогда

$(\lambda^*)^T$ [(n(a- S (σε)) en,0 0] = 0, λn* n(a- S (σε))=0.

Если принять λn*=0,то это не повлияет на выполнение второго и третьего условий.

Аналогично проверяется условие Куна – Такера для выражения 10 теоремы 2.

Запишем для задачи поиска максимума в теореме 2, аппроксимирующую задачу в λ- форме [4, 5], оптимальное решение которой получается решением её как задачи линейного программирования (без учёта дополнительных ограничений на выбор базиса)

$\lambda i^* = \arg\max(\lambda \epsilon L\ a\ (\varepsilon) R_+^n) \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=0}^{r} \lambda i\ \varphi(\ xki\ ), i = \bar{}(0,r)$

$L\ a\ (\varepsilon) = \{(\sum_{i=0}^{r} (\lambda i\ x1i\ ) \geq \varepsilon 1,$

$\sum_{i=0)}^{r} \lambda i\ (x2i\text{-}x1i\ ) \geq \varepsilon 2,$

.....

$\sum_{i=0}^{r} \lambda i\ (xni\text{-}x_{n\text{-}1}i\ ) \geq \varepsilon n,$

$n^{-1} \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=0}^{r} \lambda i\ xki = a,$

$\sum_{i=0}^{r} \lambda i = 1,\ \lambda i \geq 0, i = \bar{}(0,r).$

Координаты приближенного решения исходной задачи вычисляются по формуле

$xk^* \approx \sum_{i=0}^{r} \lambda i^*\ xki\ , k=(1,n)$.

Проводилось сравнение приближенного решения с помощью решения задачи линейного программирования и аналитического решения (теорема 2) при различных и достаточно больших числах n и r, которое показало хорошее соответствие результатов. Следует отметить, что затраты машинного времени при приближенных расчётах в 1000 – 10000 раз превышали аналитические [9].

Все эти результаты обобщаются на случай рядов и интегралов. Особенно интересен случай оптимального управления.

Список литературы:

1. Харди Г. Неравенства. Пер. с англ. // Г. Харди , Д. Литтльвуд , Г. Полиа — М., - 1948.—456 с. (Изд.3. - 2008).

2. Беккенбах Э. Неравенства // Э. Беккенбах , Р. Беллман —М., - 1965.—276 с.

3. Даффин Р. Геометрическое программирование // Р. Даффин , Э. Петерсон , К. Зенер — М., 1972.—318с.

4. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование // Дж. Хедли - М.,1967. - 506 с.

5. Даниленко Е. Л. Неравенство Коши при ограничениях на переменные / Е. Л. Даниленко, И. И. Ежов // Известия вузов. Математика - 1982. - № 1. - С. 6 – 9.

6. Даниленко Е.Л. Обобщение неравенства Иенсена / Е. Л. Даниленко, И. И. Ежов. // Исследование операций и АСУ. Вып. 17. К.: Вища школа. - 1981. - С. 111-120.

7. Даниленко Е.Л., Об одной задаче выпуклого сепарабельного программирования. Вычислительная и прикладная математика. Вып. 48. К.: Вища школа. - 1982. - С. 128 – 133.

8. Даниленко Е.Л. Расширение цепочки неравенств Маклорена. // Вычислительная и прикладная математика. Вып. 49. К.: Вища школа. - 1983. - С. 138 – 143.

9. Даниленко Е.Л. Некоторые классические неравенства при ограничениях. Сборник научных публикаций НИЦ «Знание» по материалам VIII международной конференции “Развитие науки в XXI веке”(академический уровень). Харьков: НИЦ. – 2015. С. 5 - 8.

ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ О РАВЕНСТВЕ НУЛЮ КОЭФФИЦИЕНТА КОРРЕЛЯЦИИ ДНЕВНЫХ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ДОХОДНОСТЕЙ АКЦИЙ И ЗАРУБЕЖНОГО ОТРАСЛЕВОГО ИНДЕКСА

Дунбиев Р.П.

студент, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации

TEST THE HYPOTHESIS OF EQUALITY TO ZERO CORRELATION COEFFICIENT DAY LOGARITHMIC STOCK RETURNS AND FOREIGN SECTORAL INDEX

Dunbiev R.P. student, Financial University under the Government of the Russian Federation

АННОТАЦИЯ

Проведена проверка гипотезы о равенстве нулю коэффициента корреляции дневных логарифмических доходностей акций и зарубежного отраслевого индекса на модельных и реальных данных. В качестве реальных данных взяты аргентинский фондовый индекс Merval Buenos Aires и котировки акций 13 компаний. Проведен предварительный анализ данных. В качестве критерия проверки гипотезы использован критерий Стьюдента. На основании полученных p-значений сделаны соответствующие выводы.

ABSTRACT

Test the hypothesis of equality to zero correlation coefficient day logarithmic stock returns and foreign sectoral index on real and model data. The Argentine stock index Merval Buenos Aires and stock prices of 13 companies are taken as real data. The preliminary analysis of data. As a hypothesis test criteria used Student's test. Based on the p-values appropriate conclusions.

Ключевые слова: коэффициент корреляции, логарифмическая доходность, тикер, уровень значимости, p-значение.

Key words: correlation coefficient, logarithmic return, p-value, significance level, ticker.

Введение

Целью данной работы является проверка гипотезы о равенстве нулю коэффициента корреляции дневных логарифмических доходностей акций и зарубежного отраслевого индекса. Данная гипотеза показывает, коррелированы ли две логарифмические доходности, т. е. зависимы ли дневные логарифмические доходности акций компаний, входящих в какой-нибудь зарубежный индекс, от этого

индекса. Пусть X – значения дневных логарифмических доходностей акций, а Y – значения дневных логарифмических доходностей зарубежного отраслевого индекса. Если нулевая гипотеза отвергается, то это означает, что выборочный коэффициент корреляции значим, а X и Y коррелированы. Если нулевая гипотеза будет принята, то выборочный коэффициент корреляции незначим, а X и Y – некоррелированы. Критерий проверки предложенной гипотезы – критерий Стьюдента. Для осуществления поставленной цели в теоретической части работы будут рассмотрены сведения о критерии Стьюдента и вспомогательном критерии Колмогорова. В практической части работы будут проведены анализ и обработка исследуемых данных, благодаря которым будут построены графики и таблицы. Помимо нулевой гипотезы будут рассмотрены следующие альтернативные гипотезы: коэффициент корреляции дневных логарифмических доходностей акций и зарубежного отраслевого индекса равен 0,2 и 0,3. Все необходимые программы для создания таблиц и графиков написаны в матричном калькуляторе, разработанным профессором, к.ф.-м.н. А.В. Браиловым.

В качестве исследуемых данных используются аргентинский фондовый индекс MERVAL Buenos Aires и котировки акций 13 компаний с 2008 по 2013 годы, входящих в него. В данный индекс включены акции следующих компаний: Aluar Aluminio Argentino S.A.I.C. (ALUA.BA), Petr (APBR.BA), Banco Macro S.A. (BMA.BA), Sociedad Comercial del Plata S.A. (COME.BA), EMP.DIST.Y COM.NORTE (EDN.BA), Ternium Siderar (ERAR.BA), BBVA Banco Franc (FRAN.BA), Grupo Financiero Galicia S.A. (GGAL.BA), Pampa Energia SA (PAMP.BA), Petrobras Argentina SA (PESA.BA), Telecom Argentina S.A. (TECO2.BA), Tenaris SA (TS.BA), YPF S.A. (YPFD.BA).

Основная часть

Предварительный анализ данных

Продемонстрируем список из 13 компаний, входящих в индекс MERVAL Buenos Aires, сам индекс и соответствующие тикеры, котировки которых будут в дальнейшем исследоваться. В качестве данных будет использоваться цены закрытия с учетом дивидендов и сплитов. Единица измерения цен – аргентинское песо.

Табл. 1.

Список компаний и тикеров

Компании	Тикеры
MERVAL Buenos Aires	^MERV
Aluar Aluminio Argentino S.A.I.C.	ALUA.BA
Petr	APBR.BA
Banco Macro S.A.	BMA.BA
Sociedad Comercial del Plata S.A.	COME.BA
EMP.DIST.Y COM.NORTE	EDN.BA
Ternium Siderar	ERAR.BA
BBVA Banco Franc	FRAN.BA
Grupo Financiero Galicia S.A.	GGAL.BA
Pampa Energia SA	PAMP.BA
Petrobras Argentina SA	PESA.BA
Telecom Argentina S.A.	TECO2.BA
Tenaris SA	TS.BA
YPF S.A.	YPFD.BA

Данные о компаниях и котировки акций были взяты с сайта http://finance.yahoo.com. Необходимо проверить все ли данные можно использовать для исследований. Составим таблицу числа торговых дней по годам и акциям. Чтобы использовать данные для исследований, необходимо для каждой компании в каждом году более 240 торговых дней. Из таблицы ниже видно, что в 2011 году в каждой компании было меньше 240 торговых дней. Следовательно, на данном этапе исключаем 2011 год из рассмотрения.

Табл. 2.

Число торговых дней

Тикеры	2008	2009	2010	2011	2012	2013
^MERV	248	244	246	245	241	242
ALUA.BA	262	261	261	226	259	257
APBR.BA	261	261	258	227	259	257
BMA.BA	262	261	258	227	259	257
COME.BA	262	261	261	237	259	257
EDN.BA	262	261	258	227	259	257

ERAR.BA	262	261	261	222	259	257
FRAN.BA	262	261	261	227	259	257
GGAL.BA	262	261	258	227	259	257
PAMP.BA	262	261	258	226	259	257
PESA.BA	262	261	258	226	259	257
TECO2.BA	262	261	261	226	259	257
TS.BA	247	252	255	227	259	257
YPFD.BA	262	261	261	225	259	257

Рассмотрим таблицы максимальных вверх и вниз дневных относительных скачков цен по годам и акциям. Заметим, что наибольшие скачки вверх у двух компаний: BMA. BA в 2009 году и ERAR.BA в 2010 году. Скачки составляют более 70%. У остальных компаний скачки составляют менее 30%.

Табл. 3.

Максимальные относительные скачки вверх

Тикеры	2008	2009	2010	2012	2013	Макс.
^MERV	0,11	0,0625	0,0716	0,0604	0,0601	0,11
ALUA.BA	0,1342	0,081	0,0839	0,1255	0,0996	0,1342
APBR.BA	0,2691	0,1036	0,0635	0,07	0,1304	0,2691
BMA.BA	0,1486	0,7182	0,1051	0,0992	0,1083	0,7182
COME.BA	0,12	0,1667	0,2368	0,1579	0,1406	0,2368
EDN.BA	0,1444	0,0986	0,1	0,2237	0,1944	0,2237
ERAR.BA	0,3125	0,1538	0,736	0,0966	0,0897	0,736
FRAN.BA	0,2484	0,0902	0,1149	0,1042	0,0987	0,2484
GGAL.BA	0,1917	0,1325	0,1415	0,1181	0,1068	0,1917
PAMP.BA	0,2647	0,0962	0,0714	0,0781	0,1293	0,2647
PESA.BA	0,2389	0,088	0,0696	0,1068	0,0964	0,2389
TECO2.BA	0,1365	0,0835	0,0969	0,0556	0,0923	0,1365
TS.BA	0,1665	0,0998	0,0811	0,0807	0,0856	0,1665
YPFD.BA	0,0994	0,1333	0,1111	0,168	0,1227	0,168

В таблице максимальных дневных относительных скачков цен вниз у компании BMA.BA также наблюдается наибольший скачок вниз в 2009 году. Он составляет более 40%. У остальных компаний скачки незначительны (менее 30%).

Табл. 4.

Максимальные относительные скачки вниз

Тикеры	2008	2009	2010	2012	2013	Макс.
^MERV	-0,1215	-0,0741	-0,0542	-0,0359	-0,0655	-0,1215
ALUA.BA	-0,1396	-0,1354	-0,0552	-0,0627	-0,0815	-0,1396
APBR.BA	-0,2308	-0,0865	-0,075	-0,0828	-0,1342	-0,2308
BMA.BA	-0,1532	-0,4173	-0,1222	-0,0889	-0,0842	-0,4173
COME.BA	-0,1333	-0,1957	-0,125	-0,1	-0,1096	-0,1957
EDN.BA	-0,2727	-0,0706	-0,0642	-0,1183	-0,1667	-0,2727
ERAR.BA	-0,15	-0,0952	-0,0846	-0,0543	-0,0836	-0,15
FRAN.BA	-0,2085	-0,1144	-0,0956	-0,0588	-0,1043	-0,2085
GGAL.BA	-0,1468	-0,0793	-0,0837	-0,0593	-0,0933	-0,1468
PAMP.BA	-0,25	-0,0508	-0,0478	-0,0806	-0,1389	-0,25
PESA.BA	-0,1941	-0,1538	-0,0802	-0,0767	-0,0784	-0,1941
TECO2.BA	-0,2523	-0,1011	-0,0738	-0,0688	-0,1085	-0,2523
TS.BA	-0,1999	-0,1142	-0,0927	-0,0458	-0,0587	-0,1999

YPFD.BA	-0,0544	-0,2171	-0,0968	-0,2866	-0,1072	-0,2866

График цен для акций компании ERAR.BA с максимальным однодневным повышением цены выглядит следующим образом.

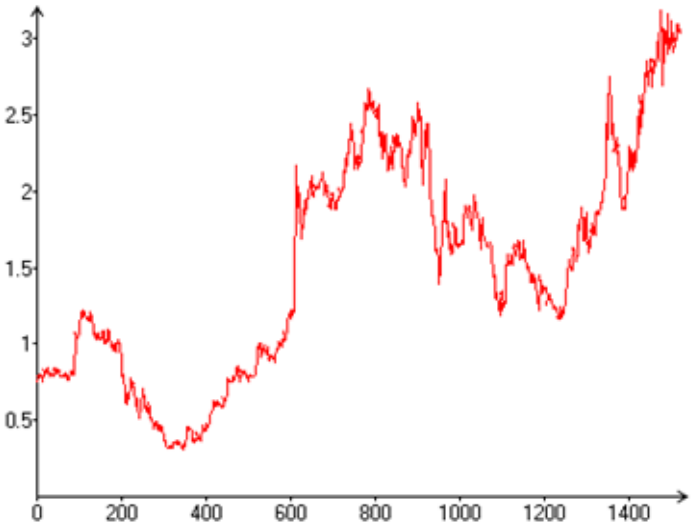


Рис. 1. График цен компании ERAR.BA

График цен для акций компании BMA.BA с максимальным однодневным снижением (а также повышением) цены представлен ниже.

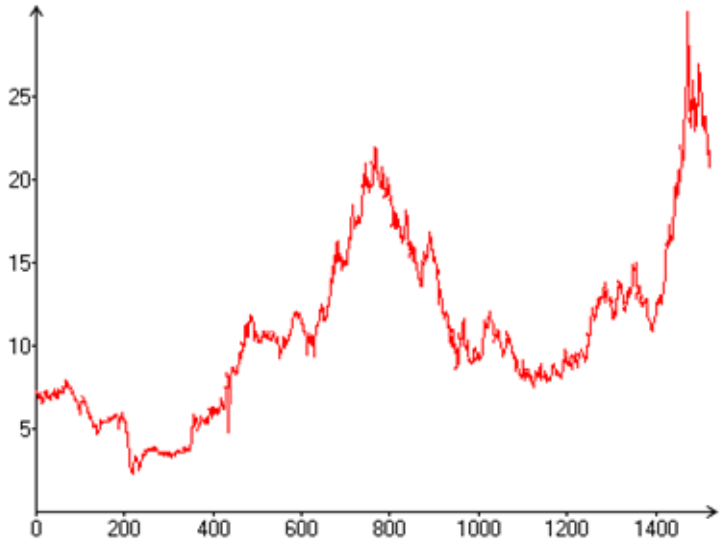


Рис. 2. График цен компании BMA.BA

Убираем из рассмотрения компании с тикерами BMA.BA и ERAR.BA и данные, выходящие за пределы окончательного диапазона лет. Также исключаем все нерабочие дни.

Критерий Стьюдента

Пусть имеется двумерная генеральная совокупность $(X,Y)\sim N(\mu,\sigma^2)$. Из этой совокупности извлечена выборка объёма n и по ней найден выборочный коэффициент корреляции $\rho_в \neq 0$. Так как выборка отобрана случайно, то ещё нельзя считать, что коэффициент корреляции генеральной совокупности $\rho_г \neq 0$. Возникает необходимость при заданном уровне значимости α проверить нулевую гипотезу (H_0: $\rho_г=0$) о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции при альтернативных гипотезах H_1: $\rho_г=0{,}2$; H_2: $\rho_г=0{,}3$. Если H_0 отвергается, то это означает, что выборочный коэффициент корреляции отличен от нуля, а случайные величины X и Y коррелированы.

В качестве критерия нулевой гипотезы принимается следующая случайная величина:

$T=\rho_в \sqrt{((n-2)/(1-\rho_в^2))}$, где n – объем выборки [1, с.47-48].

Статистика T распределена по закону Стьюдента с k=n-2 степенями свободы при n>50 [2, с.313]. Критерий является двусторонним, поэтому для практического применения удобнее использовать его абсолютное значение |T|. Пусть

$T_{набл}$ – вычисленное по данным наблюдений значение статистики T.

Чтобы при заданном уровне значимости a проверить нулевую гипотезу ($H_{0:}\ \rho_г=0$) о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции нормальной двумерной случайной величины при альтернативных гипотезах, необходимо вычислить наблюдаемое значение критерия $T_{набл}=\rho_в \sqrt{((n-2)/(1-\rho_в^2))}$ и по таблице критических точек распределения Стьюдента по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы k=n-2 найти критическую точку $t_{\alpha/2}(k)$ при критической области $|T|> t_{\alpha/2}(k)$ [3, с.94].

Если $|T_{набл}|< t_{\alpha/2}(k)$, то нулевая гипотеза принимается на уровне значимости a.

Если $|T_{набл}|> t_{\alpha/2}(k)$, то нулевая гипотеза отвергается на уровне значимости a [2, с.312].

Критерий Колмогорова

Вспомогательным критерием по проверке равномерности распределения Р-значения основного критерия является критерий Колмогорова. Определяется максимальное значение модуля разности между эмпирической функцией распределения F n (x) и соответствующей гипотетической функцией распределения F(x) т.е. $d=(sup)x\ |F\ n\ (x)-F(x)|$ [3, с.109]. Статистику d называют статистикой Колмогорова. Если H_0 верна, то F n (x) и F(x) должны проявлять определенное сходство, и различие между ними должно убывать с увеличением n. Действительно, вследствие теоремы Бернулли $F\ n\ (x)\to F(x)$ при $n\to\infty$ [4, с.301].

Далее определяется величина $u=\sqrt{n}\ d$ (поскольку сама величина $d\to 0$ при H_0, приходится умножать ее на неограниченно растущую величину, чтобы распределение стабилизировалось) [4, с.302]. По статистическим таблицам (либо функцией pvKolm(u) в среде MatCalc) находится Р-значение критерия Колмогорова, то есть вероятность того, что максимальное расхождение между F n (x) и F(x) будет не меньше, чем фактически наблюдаемое.

Алгоритм проверки по критерию Колмогорова:

1. Строятся эмпирическая функция распределения Fn (x) и гипотетическая функция распределения F(x).

2. Определяется мера расхождения между эмпирическим и гипотетическим распределением по формуле $d=supx\ |Fn(x)-F(x)|$и вычисляется величина $u=\sqrt{n}\ d$.

3. Если вычисленное значение u окажется больше критического u_α, определенного на уровне значимости α, то нулевая гипотеза H_0 отвергается. Если же u окажется меньше u_α, то считают, что гипотеза H_0 принимается на уровне α.

Проверка гипотез для модельных данных

Вычисляем методом Монте-Карло 999 квантилей распределения статистики критерия Стьюдента при верной нулевой гипотезе (статистика вычисляется 10000 раз). Строим гистограмму Р-значений (1000 Р-значений) и производим проверку равномерности распределения Р-значений на отрезке [0,1] по критерию Колмогорова. Из гистограммы видно, что Р-значения почти равномерно распределены на отрезке [0,1]. Значит, гипотеза о равенстве нулю коэффициента корреляции дневных логарифмических доходностей акций и зарубежного отраслевого индекса на модельных данных принимается.

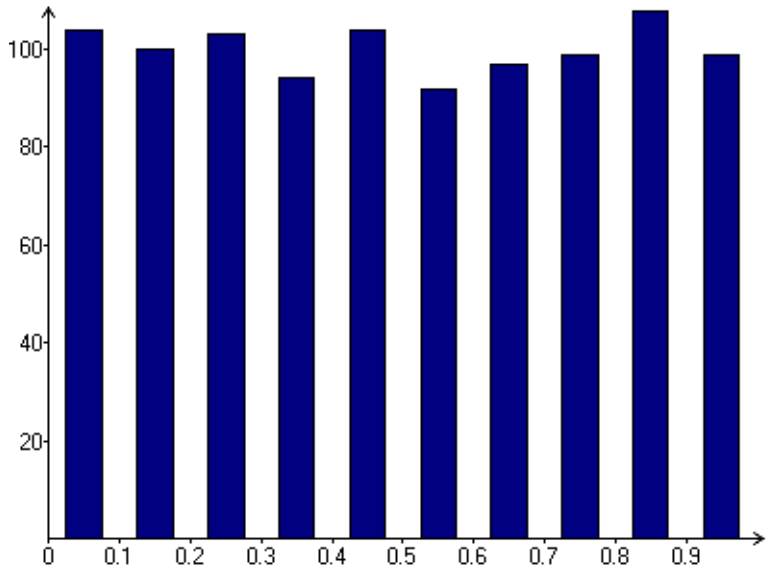


Рис. 3. Гистограмма Р-значений для модельных данных

Выбор альтернативной гипотезы и оценка мощности критерия

В качестве двух альтернативных гипотез выберем гипотезы о том, что в первом случае коэффициент корреляции H_1: $\rho_г=0{,}2$, во втором - H_2: $\rho_г=0{,}3$. Заметим, что альтернативные гипотезы не слишком сильно отличаются от нулевой гипотезы. Следующая таблица выполнена с помощью программы, которая методом Монте-Карло 10000 раз проверяет нулевую гипотезу (с уровнем значимости 0.05) при верных альтернативных гипотезах при объемах выборки, равных году (n=252), полугодию (n=126) и кварталу (n=63).

Табл. 6.

Мощность критерия Стьюдента

Корреляция	Альфа	Год	Полугодие	Квартал
0,2	0,05	0,888	0,618	0,365
0,3	0,05	0,998	0,937	0,685

Как показывают результаты, мощность критерия падает при уменьшении объема выборки. Также заметим, что чем больше отклонение от нулевой гипотезы, тем больше мощность критерия Стьюдента.

Проверка гипотез для реальных данных

Для проверки гипотезы о равенстве нулю коэффициента корреляции дневных логарифмических доходностей акций и зарубежного отраслевого индекса на реальных данных используем программу, которая в период с 2008 по 2013 годы строит P-значения по всем годам для всех компаний.

Табл. 7.

P-значения для реальных данных за год

Компания	2008	2009	2010	2012	2013
ALUA.BA	0	0	0	0	0
APBR.BA	0	0	0	0	0
COME.BA	0	0	0	0	0
EDN.BA	0	0	0	0	0
FRAN.BA	0	0	0	0	0
GGAL.BA	0	0	0	0	0
PAMP.BA	0	0	0	0	0
PESA.BA	0,006	0	0	0	0
TECO2.BA	0	0	0	0	0
TS.BA	0	0	0	0	0
YPFD.BA	0	0,004	0,004	0	0

Построим гистограмму P-значений из предыдущей таблицы.

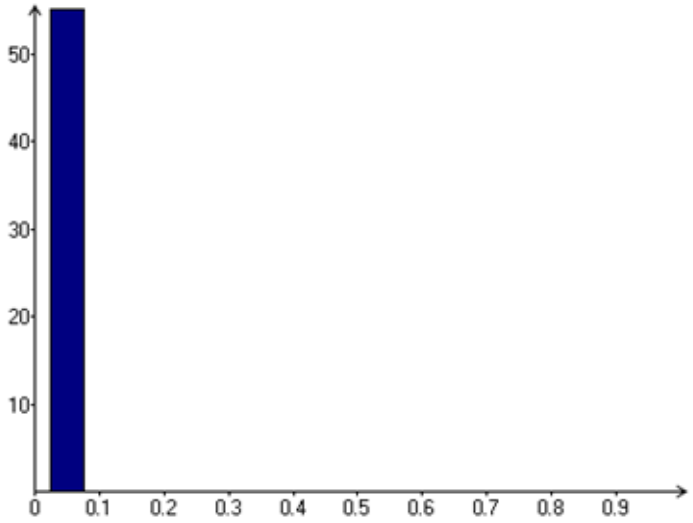


Рис. 4. Гистограмма P-значений для реальных данных за год

Вычисляем долю проверок, в которых нулевая гипотеза принималась при 5% и 1% уровнях значимости. Результаты представлены в следующей таблице.

Табл. 8.

Доля проверок для реальных данных за год

1% уровень значимости	5% уровень значимости
0	0

Как видно из данной таблицы, нулевая гипотеза систематически отвергается даже при 1% уровне значимости. Заменим анализ полного календарного года исследованием данных за второе полугодие (для каждого года из того же самого диапазона лет).

Построим таблицу Р-значений, в которой исследуется второе полугодие для каждого года.

Табл. 9.

Р-значения для реальных данных за полугодие

Компания	2008	2009	2010	2012	2013
ALUA.BA	0	0	0	0	0
APBR.BA	0	0	0	0	0
COME.BA	0	0,286	0	0	0
EDN.BA	0	0	0	0	0
FRAN.BA	0	0	0	0	0
GGAL.BA	0	0	0	0	0
PAMP.BA	0	0	0	0	0
PESA.BA	0,014	0,002	0	0	0
TECO2.BA	0	0	0	0	0
TS.BA	0	0	0	0	0
YPFD.BA	0,02	0,545	0,012	0	0

Построим гистограмму Р-значений из предыдущей таблицы.

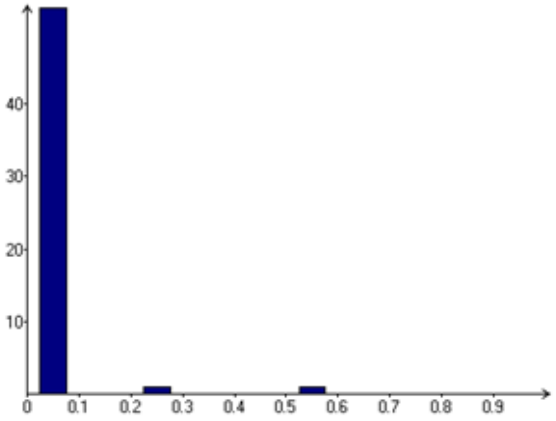


Рис. 5. Гистограмма Р-значений для реальных данных за полугодие

Аналогично, как и за год строится таблица долей проверок, в которых нулевая гипотеза принималась при 5% и 1% уровнях значимости. Только вместо года используется второе полугодие.

Табл. 10.

Доля проверок для реальных данных за полугодие

1% уровень значимости	5% уровень значимости
0,091	0,036

В результате видно, что и в этом случае гипотеза часто отвергается даже при 1% уровне значимости. Заменим анализ второго полугодия исследованием данных за четвертый квартал.

Изобразим таблицу Р-значений, в которой исследуется четвертый квартал для каждого года.

Табл. 11.

Р-значения для реальных данных за квартал

Компания	2008	2009	2010	2012	2013
ALUA.BA	0	0	0	0	0
APBR.BA	0	0	0	0	0,008
COME.BA	0	0,967	0	0	0
EDN.BA	0	0	0	0,008	0
FRAN.BA	0	0	0	0	0

GGAL.BA	0	0	0	0	0
PAMP.BA	0	0	0	0	0
PESA.BA	0,016	0,042	0	0	0
TECO2.BA	0	0	0	0	0
TS.BA	0	0	0	0,002	0
YPFD.BA	0,074	0,252	0,11	0	0

Построим гистограмму Р-значений из предыдущей таблицы.

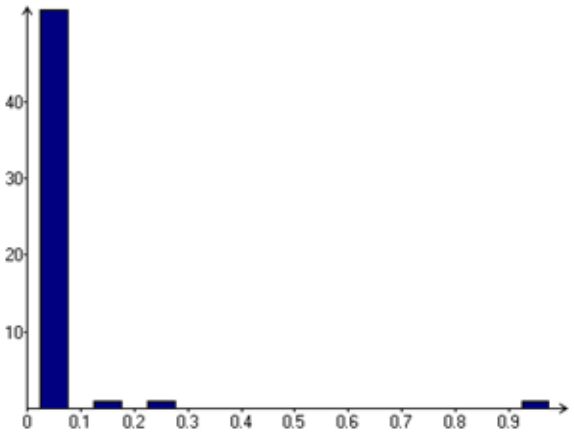


Рис. 6. Гистограмма Р-значений для реальных данных за квартал

Аналогично, как и за год строится таблица долей проверок, в которых нулевая гипотеза принималась при 5% и 1% уровнях значимости. Вместо года используется четвертый квартал.

Табл. 12.

Доля проверок для реальных данных за квартал

1% уровень значимости	5% уровень значимости
0,109	0,073

Заключение

В данной работе в качестве исходных данных использовались модельные (для проверки правильности работы программ) и реальные данные (цены акций 13 компаний, входящих в индекс MERVAL Buenos Aires, и цены самого индекса в период с 2008 по 2013 годы).

Для модельных данных нулевая гипотеза о равенстве нулю коэффициента корреляции подтвердилась, что является следствием правильной работы программ, так как модельные данные являются независимыми случайными величинами. Также была вычислена мощность критерия Стьюдента при нулевой гипотезе H_0: $\rho_г=0$ и альтернативных гипотезах H_1: $\rho_г=0,2$; H_2: $\rho_г=0,3$. Результатом стало то, что при достаточно больших объемах выборки данный критерий является эффективным (имеет высокую мощность).

Для реальных данных было установлено, что нулевая гипотеза отвергается. Были проведены исследования не только за календарный год, но и за полугодие и квартал. Этот результат не стал неожиданным, так как сравнивались акции из индекса с самим индексом.

Список литературы:

1. Плохинский Н.А. Биометрия. Изд. 2-е/Под ред. Чтецова В.П. – М.: Изд-во МГУ, 1970 – 367 с.

2. Гайдышев И. Анализ и обработка данных: специальный справочник. – СПб.: Питер, 2001 – 752 с.

3. Браилов А.В. Лекции по математической статистике. М.: Финакадемия, 2007 – 172 с.

4. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Анализ данных на компьютере. Изд. 3-е, перераб. и доп./Под ред. Фигурнова В. Э. – М.: ИНФРА–М, 2002 — 528 с.

5. Бикел П., Доксам К. Математическая статистика. М.: Финансы и статистика, 1983 – 254 с.

6. http://finance.yahoo.com/