

УДК 621.38

© Б. С. Гуревич, С. Б. Гуревич, В. В. Манойлов

ВЕЙВЛЕТ-ФИЛЬТРАЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ПРИ ДИСКРЕТИЗАЦИИ СВЕТОВЫХ ПОЛЕЙ

Рассматриваются методы, позволяющие удалять помехи и шумы, верхняя частота которых превышает половину частоты дискретизации. Эта операция выполняется с помощью одноуровневого вейвлет-преобразования при дискретизации оптической информации. Необходимость разработки подобных методов возникает в связи с тем, что при восстановлении оптической информации световых полей после дискретизации наличие таких частот в спектре может существенно исказить оптические изображения. Исходными данными для применения рассматриваемых методов является дискретизированное оптическое изображение, частота дискретизации которого по каждой из двух координат превышает частоту дискретизации изображения, передаваемого потребителю. Исходное изображение может содержать помехи и шумы с частотами, превышающими половину частоты дискретизации. При применении предлагаемых методов возможные помехи с указанными частотами могут быть отфильтрованы и не искажать информации, поступающей потребителю. В заключительной части статьи обобщены теоретические подходы к проблеме дискретизации световых полей.

Кл. сл.: дискретизация световых полей, вейвлет-фильтрация оптических изображений, амплитудно-частотные характеристики вейвлет-фильтров

ВВЕДЕНИЕ

При недостаточно высокой частоте дискретизации помехи с частотами, превышающими половину частоты дискретизации, могут существенно исказить цифровые оптические изображения, получаемые потребителем. При дискретизации аналоговых одномерных сигналов в системах связи проблему корректного исправления сигналов после их дискретизации обычно решают установкой перед аналого-цифровыми преобразователями (АЦП) фильтров нижних частот, которые пропускают на вход АЦП только такие частоты, которые не превышают половины частоты дискретизации [1]. Проблема подавления "паразитных" частот в оптической информации в настоящее время недостаточно изучена. В настоящей работе предлагается один из вариантов решения проблемы подавления "паразитных" частот изображения с помощью вейвлет-фильтров нижних частот.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ, СОДЕРЖАЩЕГО "ПАРАЗИТНЫЕ" ЧАСТОТЫ

1. Предположим, что мы имеем изображение, содержащее по строкам $M = 1000$ пикселей, а по столбцам $N = 768$ пикселей.

2. Предположим теперь, что на каждую строку изображения наложен паразитный сигнал, состоящий из суммы двух синусоидальных сигналов

(s_1 и s_2) с пространственными частотами равными соответственно $1/(0.49 \cdot M)$ и $1/(0.40 \cdot M)$. Амплитуды сигналов s_1 и s_2 и равны 50 % от максимальной яркости исходного изображения. Изображение паразитного сигнала во временной области показано на рис. 1, а. Его частотный спектр Фурье показан на рис. 1, б.

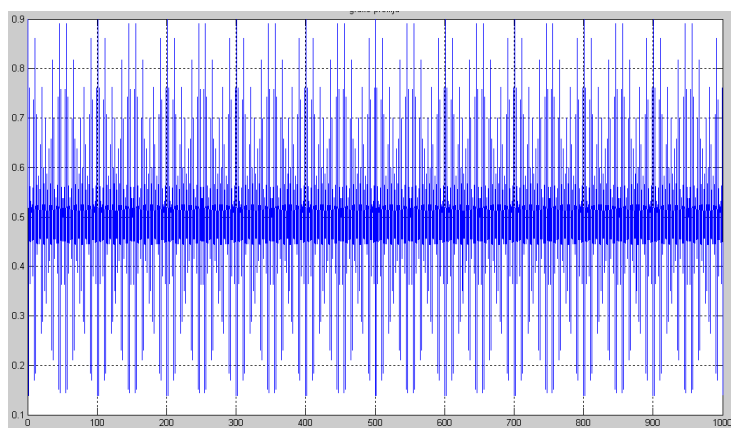
3. Пусть частота дискретизации при передаче строками изображения потребителю в систему визуализации равна: $F_{\text{стр}} = 1/(0.5 \cdot M)$. Для упрощения изложения рассматривается случай помехи, возникающей только по строкам.

В таком случае при отсутствии специальных мер по подавлению паразитных частот получатель в своей системе визуализации получит изображение по образцу рис. 1, в. Размер изображения 500×384 пикселей.

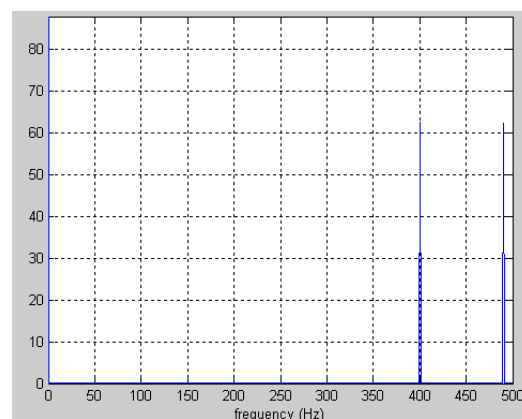
ВЕЙВЛЕТ-ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСКАЖЕННЫХ ПАРАЗИТНЫМИ ЧАСТОТАМИ

Дискретное одноуровневое вейвлет-преобразование

Структурная схема одноуровневого дискретного вейвлет-преобразования представлена на рис. 2. Сигнал s подвергается конволюции (свертке) с импульсными откликами фильтров нижних (Lo_D) и верхних частот (Hi_D), в результате которой осуществляется фильтрация. Частота среза фильтров равна половине частоты дискретизации сигнала s .



а



б



в

Рис. 1. Биения двух синусоидальных помех, наложенные на изображение 1000×768 пикс. и изображение у получателя (без фильтрации). а — временное изображение суммы паразитных синусоид на строке из 1000 пикс.; б — спектр Фурье паразитного сигнала; в — изображение у получателя без фильтрации паразитных частот

Полученные в результате операции конволюции, отфильтрованные сигналы F и G подвергаются операции уменьшения частоты дискретизации (децимации). В результате получается массив данных, состоящий из двух частей — низкочастотной части, называемой коэффициентами аппроксимации, и высокочастотной части, называемой коэффициентами детализации [2]. Каждая из полученных частей имеет частоту дискретизации, в два раза меньшую первоначальной частоты дискретизации сигнала s .

Выбор вейвлет-функций для фильтрации изображений, искаженных паразитными частотами

В настоящее время существует несколько десятков различных вейвлет-функций, с помощью которых можно реализовать фильтры нижних

частот для фильтрации паразитных частот. В справочной литературе отсутствует информация о параметрах фильтров нижних частот, с помощью которых можно выбрать подходящий для данной задачи фильтр. Выбор подходящей вейвлет-функции для построения фильтра можно выполнить на основе амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) фильтра, методика построения которой излагается ниже.

Пусть S — исходный сигнал, длиной N отсчетов, а $F(\omega)$ — его фурье-спектр. Пусть $F_1(\omega)$ — фурье-спектр сигнала, полученного в результате операции конволюции с импульсным откликом фильтра нижних частот, тогда АЧХ $H(\omega)$ определяется формулой

$$H(\omega) = \frac{F_1(\omega)}{F(\omega)}.$$

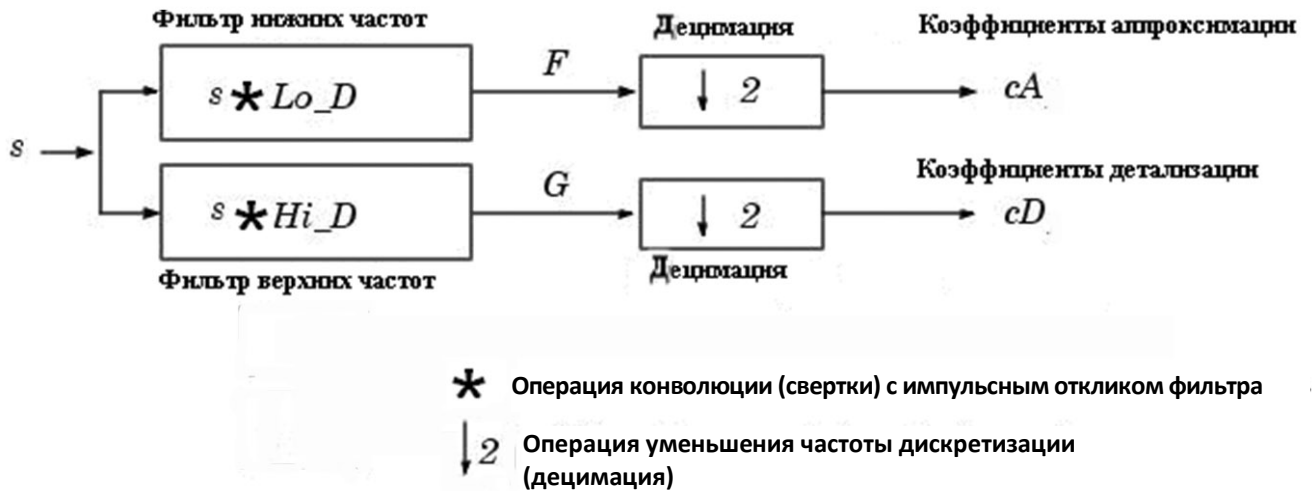


Рис. 2. Схема одноуровневого вейвлет-преобразования сигнала s

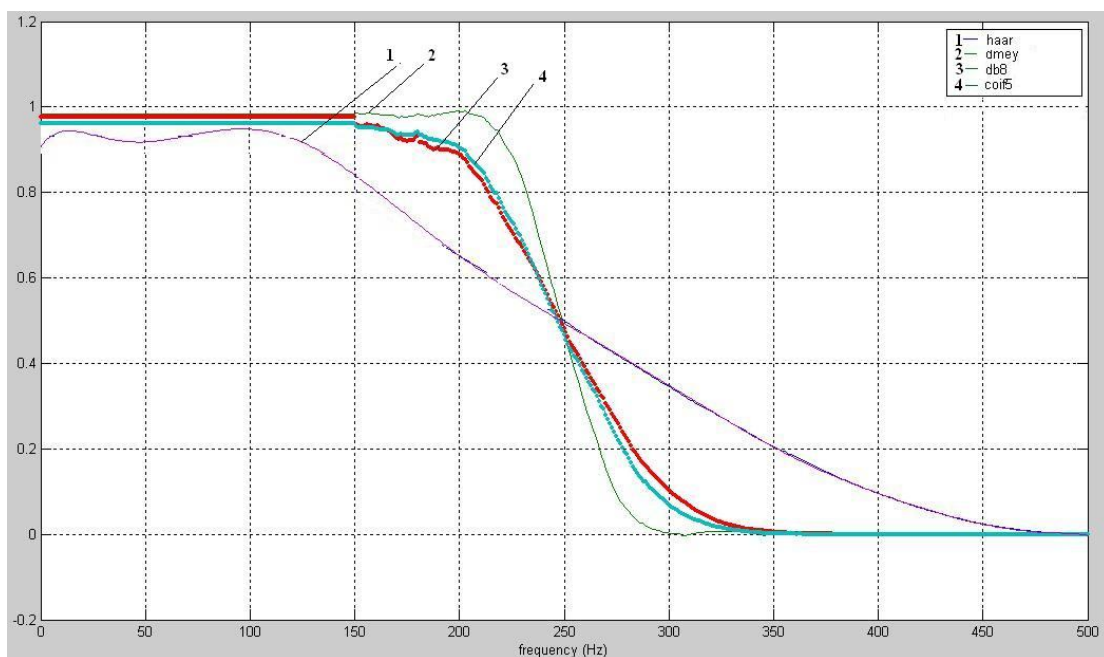


Рис. 3. АЧХ фильтров различных вейвлет-функций.

1 — функция Хаара, 2 — функция Мейера, 3 — функция Добеши 8-го порядка, 4 — функция койфлет-вейвлет (Coiflet-Wavelet) 5-го порядка

Для построения АЧХ фильтров, построенных на различных вейвлет-функциях в качестве сигнала S использовался белый шум с равномерным распределением амплитуды небольшого диапазона на всех частотах. Далее сигнал S подвергался вейвлет-фильтрации и находился фурье-спектр отфильтрованного сигнала $F_1(\omega)$. После этого

производились вычисления по вышеприведенной формуле от нулевой частоты до частоты дискретизации сигнала S . По полученным данным строились графики, представленные на рис. 3.

Полученные результаты позволяют выбрать для фильтрации вейвлет-функцию, которая дает АЧХ с наиболее крутым переходом от полосы

пропускания к полосе отрезания. Из приведенных примеров такой вейвлет-функцией является функция Меера [3].

При применении одноуровневого дискретного вейвлет-преобразования на основе различных вейвлет-функций паразитные частоты можно отфильтровать. В результате применения таких специальных мер по фильтрации получатель в своей системе визуализации получит изображение, представленное на рис. 4, в случае применения вейвлет-функций Хаара или представленное на рис. 5 в случае применения вейвлет-функций Меера.

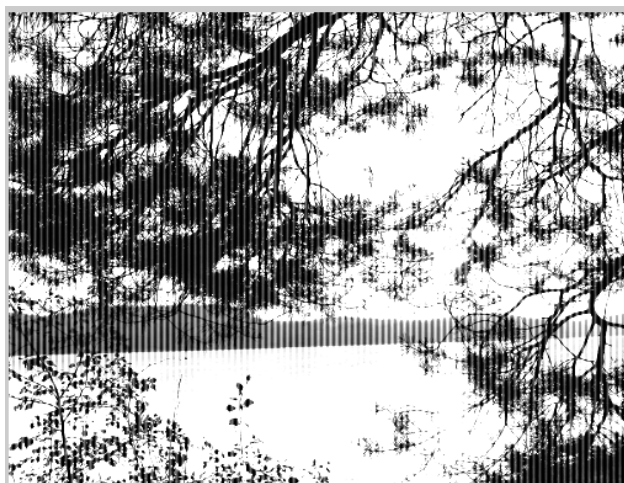


Рис. 4. Изображение, в котором паразитные частоты отфильтрованы с помощью дискретного вейвлет-преобразования на основе функции Хаара



Рис. 5. Изображение, в котором паразитные частоты отфильтрованы с помощью дискретного вейвлет-преобразования на основе функции Меера. Размер изображения 500×384 пикселей

ВОЗМОЖНЫЕ ПОДХОДЫ К ДИСКРЕТИЗАЦИИ СВЕТОВЫХ ПОЛЕЙ: ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ, СТАТИСТИЧЕСКИЕ, СИСТЕМНЫЕ

Пространственная дискретизация световых полей может осуществляться исходя из различных предпосылок [4]. Основу одной из них составляет детерминированное разделение, определяемое рассчитываемыми явлениями, например дифракцией. Хотя такая дискретизация направлена на получение максимального числа независимых интервалов, она остается зависимой от характеристик приборов, используемых в светоинформационных системах, в частности от зрачка прибора. Детерминированный способ дискретизации построен на той предпосылке, что некоторая функция $f(x, y)$ точно определяет действительное распределение и действующие на нее операторы всегда одинаковы и дают один и тот же результат. Этот способ пригоден до определенных пределов, сверх которых он физически неадекватен действительной ситуации. Соотношение неопределенностей, а также реальные ограничения в точности измерения какой-либо величины в некоторой заданной точке приводят к тому, что во многих реальных случаях от такого способа дискретизации световых полей приходится отказываться.

Другой метод дискретизации светового поля можно назвать недетерминистским — статистическим. Волновой фронт при повторной его реализации в одинаковых условиях отличается от имевшего место в первой реализации, и это отличие будет выражаться в флуктуации не только интенсивности, но и направления распространения участков волнового фронта. Это приводит к дополнительной неточности определения исходного распределения амплитуд и фаз исходного волнового фронта, к необходимости расширения элементарных площадок, на которые следует разделить световое поле объекта.

Очевидно, что учет статистической неопределенности оценки значения исходной величины по полученному значению на выходе оказывает существенное влияние на уменьшение объема информации, идущего от источника — светового поля, и нет необходимости разделять поле на большее число областей, чем это определяется статистической неопределенностью.

Но и статистический способ дискретизации световых полей не всегда оптимален, не упоминая уже о трудности его реализации. В определенных условиях конструкция и параметры системы могут давать дополнительные ограничения, вследствие чего к способу дискретизации предъявляются дополнительные требования.

Непрерывную функцию $f(x, y)$ или функцию от большего числа переменных, характеризующую

световое поле объекта, возможно дискретизировать, представив ее совокупностью чисел. Эта совокупность может быть составлена из значений, отнесенных к определенным точкам пространства xu (точки x_i, y_i), причем в этом пространстве вдоль осей x и y точки выбраны через определенные интервалы.

Такая совокупность значений полностью характеризует функцию $f(x, y)$, если выбор интервалов удовлетворяет определенным условиям. Чем больше будет взято выборочных данных и чем ближе на плоскости xu выборочные данные будут расположены друг к другу, тем более точно этими данными будет представлена функция $f(x, y)$. Функции с ограниченной шириной спектра (к которым относится практически любое сформированное какой-либо системой изображение) могут быть точно восстановлены, если потребовать, чтобы интервалы между выборочными значениями не превышали определенной величины. Из теоремы выборки следует, что если B_x и B_y являются предельными частотами, за которыми спектр функции $f(x, y)$ равен нулю, то интервалы выборочной сетки не должны быть больше величин $X = \frac{1}{2} B_x$, $Y = \frac{1}{2} B_y$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Подавление паразитных частот, превышающих частоту дискретизации, может быть выполнено на основе одноуровневого дискретного вейвлет-преобразование исходного оптического изображения.

2. Среди множества вейвлет-функций для фильтрации паразитных частот с наименьшими потерями полезной информации следует выбрать такую вейвлет-функцию, амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) которой имеет наиболее крутой переход от полосы пропускания к полосе отрезания.

3. АЧХ для различных вейвлет-функций может быть построена по рассмотренной в работе методике.

4. Изложенные подходы к дискретизации световых полей позволяют выбрать частоту дискретизации оптической информации, при которой возможно восстановление изображения с минимальными ошибками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: Учебник для вузов. 2-е изд. СПб.: Питер, 2006. 751 с.
2. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. М.: СОЛОН-Пресс, 2004. 400 с.
3. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам (пер. с англ.). Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001. 464 с.
4. Гуревич С.Б., Гуревич Б.С., Жумалиев К.М. Проблемы информационной оптоэлектроники. Санкт-Петербург: Наука. 2008. 210 с.

ЗАО "Научные приборы", Санкт-Петербург (Гуревич Б.С.)

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН, Санкт-Петербург (Гуревич С.Б.)

Институт аналитического приборостроения РАН, г. Санкт-Петербург (Манойлов В.В.)

Контакты: Манойлов Владимир Владимирович, manoilov_vv@mail.ru

Материал поступил в редакцию 4.07.2011.

SPATIAL FREQUENCIES WAVELET FILTERING FOR LIGHT FIELDS DIGITIZATION

B. S. Gurevich¹, S. B. Gurevich², V. V. Manoilov³

¹Scientific Instruments Co., Saint-Petersburg

²A.F.Ioffe Physical-Technical Institute, RAS, Saint-Petersburg

³Institute for Analytical Instrumentation of RAS, Saint-Petersburg

Methods allowing removing obstacles and noising which upper frequency exceeds half of digitization frequency are considered. This operation is performed by means of single-level discrete wavelet transform in optical information digitization. The need in such methods development is due to the fact that such frequencies

presence in the spectrum after digitization can distort optical images significantly. The initial data for the considered method application are involved in the digitized optical image, digitization frequency of which along both coordinates exceeds the digitization frequency of the image transmitted to the recipient. Initial image can contain obstacles and noise with frequencies higher than half of digitization frequency. The proposed methods application allows filtering the denoted frequencies, and not to distort information. In conclusion, the theoretical approach for the light field digitization problem is generalized.

Keywords: sampling of the light fields, wavelet filtering of optical images, the amplitude-frequency characteristics of different wavelet filters