
Теплообмен в пограничных слоях на излучающих поверхностях при градиентном течении

В.В. Иванов, Л.В. Карасева, С.А. Тихомиров

*Донской государственный технический университет Академия строительства и
Архитектуры, Ростов – на – Дону*

Аннотация: Проведено численное решение задачи теплопереноса в пограничных слоях прозрачного газа на стенках, подвергаемых с противоположной стороны лучисто-конвективному нагреву.

Исследование влияния режимных параметров задачи на развитие процесса теплообмена проводилось для случая градиентного течения и включало наиболее характерные варианты процессов переноса.

Целью настоящей работы является изучение процессов переноса при нелинейных граничных условиях, получение приближенно-аналитических решений нелинейного тепло- и массообмена, установление связи между режимными параметрами и физической трактовкой результатов исследования.

Изучены также некоторые сопряженные задачи теплообмена при наличии излучения. Проведен анализ полученных решения. Выполненное исследование позволило установить, что наличие поперечного перетока тепла в стенке, а также излучение поверхности оказывают существенное влияние на характер распределения поверхностных температур.

Ключевые слова: Пограничный слой, конвекция, излучение, градиентное течение, сопряженный теплообмен.

В [1] рассматривалась задача переноса тепла излучением к пограничному слою прозрачного газа через термически тонкую пластину. Предлагаемая работа является естественным продолжением [1], и включает расчет теплопередачи в более общей постановке, учитывающей как процесс градиентного течения, так и влияние термического сопротивления стенки.

В настоящей статье изучались процессы теплопередачи через стенку, одна поверхность которой нагревается лучисто-конвективным теплом, а другая омывается потоком охлаждающей жидкости. Предполагается, что диссипация за счет трения отсутствует, физические свойства жидкости постоянны, процесс теплообмена стационарен, а термическое сопротивление стенки пренебрежимо мало.

Анализ проводился для ламинарного режима течения в рамках приближения теории пограничного слоя [2-9].

Цель исследования – нахождение распределений температур вдоль поверхности, а также определение влияния режимных параметров задачи на развитие процесса теплообмена.

Рассматривается случай ламинарного течения, когда скорость на внешней границе пограничного слоя подчиняется степенному закону (градиентное течение).

Исследуемая физическая модель и система координат представлены на рис.1.

Математическая постановка задачи имеет вид:

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = U_{\infty} \frac{dU_{\infty}}{dx} + V \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

$$U = V = 0, \quad y = 0, \quad (3)$$

$$U = U_{\infty} = Ax^m, \quad y \rightarrow \infty, \quad (4)$$

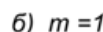
$$U \frac{\partial \theta}{\partial x} + V \frac{\partial \theta}{\partial y} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}, \quad (5)$$

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} = \varepsilon \sigma_0 T_c^3 [K(1 - \theta) + 1 - \theta^4], \quad y = 0, \quad (6)$$

$$\theta = \theta_{\infty}, \quad y \rightarrow \infty. \quad (7)$$

Здесь $0 < \theta_{\infty} < T_{\infty}/T_c \leq \theta = T/T_c < 1$, $K = \alpha/\varepsilon \sigma_0 T_c^3$, а показатель степени m связан с углом β соотношением $m = \beta/(2 - \beta)$.

Принятое выше допущение о независимости физических свойств среды от температуры позволяет решать динамическую (1) – (4) и тепловую (5) – (7) части исходной задачи автономно.



Применяя к тепловой задаче (5) – (7) с нелинейным граничным условием (6) линеаризующее преобразование

приводим задачу (5) – (7) для новой переменной W к виду

$$W = \exp \left[-p \int_0^{\theta_\infty} \frac{d\theta}{K(1-\theta) + 1 - \theta^4} \right] = W_\infty, \quad y \rightarrow \infty. \quad (12)$$

Процедура минимизации нелинейного комплекса (9) производится по правилам, изложенным в [1].

Определение W_w для небольших значений обобщенной переменной представлено в виде ряда

где $B_0 = 1$, $B_j = -B_{j-1} \frac{\Gamma_0[j/(2s)+2/3]}{\Gamma_0[j/(2s)+1]\Gamma_0(2/3)}$, $j = 1, 2, 3, \dots$,

Γ_0 – гамма – функция, $s = n_0/(1-m)$, $n_0 = \frac{3}{4}(1+m)$.

Искомая температура поверхности $\theta_w = \theta(x,0)$ определится на основе уравнения (13) и линеаризующего преобразования (5).

Для выявления характера влияния основных параметров процесса теплообмена на распределение поверхностных температур были выполнены расчеты на ЭВМ

При этом задавались следующие значения параметров:

$$\theta_\infty = 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 0,8;$$

$$K = 0; 1; 5; 20; 50; 100;$$

$$m = 0; 1/3; 2/3; 1.$$

Диапазон изменения искомой температуры $\theta_w = \theta(X_{*\Lambda})$ (от θ_∞ до 1) делился на сто равных отрезков $\Delta\theta_w = \theta_{wi} - \theta_{w(i-1)} = 0,01$, а корректирующий параметр P_i вычислялся по формуле

$$P_i = K + 4\left\{\left[\theta_{wi} - \theta_{w(i-1)}\right]/2\right\}^3. \quad (14)$$

Как показали исследования, для выбранных условий расчета максимальная относительная погрешность в определении величин θ_w нигде не превышала 0,5 %.

В качестве примера на рис.2 приведены типичные кривые, когда $\theta_\infty = 0,2$; $K = 0, 5, 20$; $m = 0, 1/3, 2/3, 1$. Абсцисса графика – обобщенная переменная $X_{*\Lambda}$, ордината - безразмерная температура поверхности θ_w .

Расчеты показывают, что развитие процесса переноса существенно зависит от определяющего параметра K . Этот параметр по смыслу представляет собой отношение числа Bi к числу Sk и характеризует взаимосвязь между конвективным и лучистым потоками тепла. С ростом параметра K температурные перепады между поверхностью и набегающим

потоком $(\theta_w - \theta_\infty)$ увеличиваются, что приводит к интенсификации процесса теплообмена.

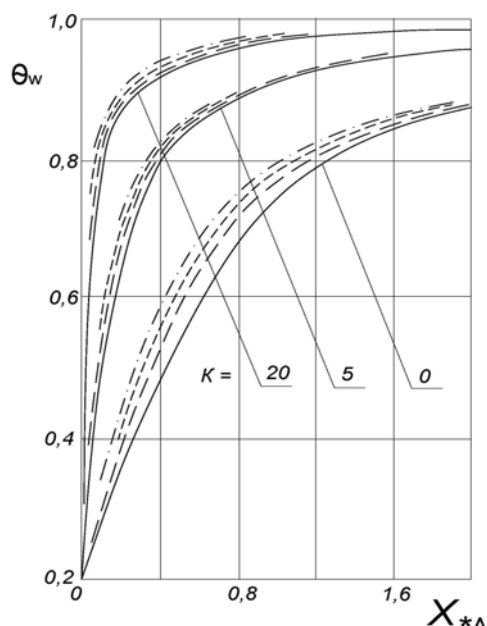


Рис.2 – Влияние градиента давления и параметра K на распределение поверхностных температур θ_w при радиационно – конвективном нагреве

————— $m = 0$ - - - - - $m = 2/3$
- · - · - $m = 1/3$ · · · · · $m = 1$

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что учет совместного действия радиации и конвекции должен производиться вплоть до значений $K = 20$. При $K > 20$ нелинейную задачу о лучисто конвективном нагреве потока жидкости следует рассматривать как линейную задачу о чисто конвективном нагреве. При этом температуры θ_w , найденные при $K = \infty$ и $K = 20$, будут различаться между собой не более 2 – 3 %. Следовательно, расчет процессов теплопередачи, когда $K > 20$, можно производить по формулам чисто конвективного нагрева [10].

Анализ полученных результатов тоже показывает, что наличие продольного градиента давления в пограничном слое оказывает заметное влияние на распределение искомых температур $\theta_w = \theta_w(X_{*A})$.

Для иллюстрации на рис.2 представлены кривые θ_w , вычисленные при $m=0, 1/3, 2/3, 1$. Если $m=0$, то в этом случае скорость $U_\infty = const$, что соответствует задаче об обтекании плоской пластины в продольном направлении. При $m=1$ жидкость набегаёт из бесконечности на пластину, подставленную перпендикулярно течению. Распределение скоростей на внешней границе пограничного слоя принимает вид $U_\infty = Ax$.

Как видно из графика, увеличение скорости набегающего потока (рост числа m) интенсифицирует процесс теплоотдачи в пограничном слое. При этом максимальные различия в величинах θ_w , вычисленных при $m=0$ и $m=1$, отвечают случаю $K=0$. С ростом параметра K это различие уменьшается, и в области $K > 20$ стремится к нулю.

В заключение отметим, что данные теоретические выводы остаются справедливыми и для других значений температуры набегающего потока θ_∞ .

Ниже рассматриваются некоторые сопряженные задачи теплообмена при наличии излучения. Задачи такого рода имеют большое практическое приложение.

Основной областью технического применения результатов, полученных в настоящей статье, является расчет и проектирование теплообменников. Поэтому в дальнейшем будет рассмотрен процесс когда перенос тепла осуществляется через “термически толстые” стенки от высокотемпературной газовой среды к пограничному слою охлаждающей жидкости. Анализ теплообмена проводится в предположении постоянства физических свойств жидкости (поле скоростей не зависит от поля температур). Предполагается, что пограничный слой ламинарный, и изменение скорости на внешней границе пограничного слоя подчиняется степенному закону (градиентное течение).

Эффективным средством расчета подобных сопряженных задач теплообмена при наличии излучения является метод, представленный в [1]. Как будет показано ниже, распространение этого метода к решению таких задач позволит не только успешно преодолеть трудности, обусловленные нелинейностью краевых условий, но и использовать для нахождения температурных распределений полученные ранее зависимости.

С практической точки зрения большой интерес представляет изучение процесса теплопередачи излучением и конвекцией через стенку к пограничному слою охлаждающей жидкости. Задачи такого типа довольно часто встречаются в технике. Например, тепловой расчет поверхностных температур необходим при проектировании тепловой защиты различных поверхностей, находящихся вблизи высокотемпературных газовых потоков. Ниже исследуются процессы переноса, когда тепло к пограничному слою охлаждающей жидкости от греющей среды передается через стенку с коэффициентом теплопроводности λ_w и толщиной δ (рис. 1).

Для вывода соотношений, описывающих теплообмен на границах “газовая среда – стенка”, “стенка – жидкость”, рассмотрим процесс теплопередачи к пограничному слою.

При стационарном режиме плотности тепловых потоков к наружной поверхности за счет излучения и конвекции, через стенку путем теплопроводности и к пограничному слою одинаковы. В этом случае

$$\varepsilon\sigma_0 T_c^3 (1 - \vartheta_w^4) + \alpha(1 - \vartheta_w) = \frac{\lambda_w}{\delta} (\vartheta_w - \theta_w),$$

$$\frac{\lambda_w}{\delta} (\vartheta_w - \theta_w) = -\lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=0}$$

и, следовательно,

$$Sk_\delta [K(1 - \vartheta_w) + 1 - \vartheta_w^4] - \vartheta_w + \theta_w = 0,$$

$$Sk_\delta = \varepsilon\sigma_0 T_c^3 \delta / \lambda_w, \quad K = \alpha / \varepsilon\sigma_0 T_c^3. \quad (15)$$

Здесь θ_w и ϑ_w - безразмерные температуры стенки соответственно со стороны пограничного слоя и греющей среды. Масштабом отнесения служит температура греющей среды T_c .

Математическое описание изучаемого процесса теплообмена включает:

уравнение энергии (5)

$$U \frac{\partial \theta}{\partial x} + V \frac{\partial \theta}{\partial y} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2},$$

нелинейное краевое условие

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} = \varepsilon \sigma_0 T_c^3 \left\{ K[1 - \vartheta_w(\theta_w)] + 1 - [\vartheta_w(\theta_w)]^4 \right\}, \quad y = 0, \quad (16)$$

условие на бесконечности (7)

$$\theta = \theta_\infty, \quad y \rightarrow \infty.$$

и функциональную связь $\vartheta_w = \vartheta_w(\theta_w)$, определяемую соотношением (15).

Для линеаризации нелинейного краевого условия (16) используется преобразование

$$\begin{aligned} W(x, y) &= \exp \left\{ -p \int_0^\theta \frac{d\theta}{K[1 - \vartheta_w(\theta)] + 1 - [\vartheta_w(\theta)]^4} \right\} = \\ &= \exp \left\{ -p \int_{\vartheta_w(0)}^{\vartheta_w(\theta)} \frac{1 + Sk_\delta [4\vartheta_w^3(\theta) + K]}{K[1 - \vartheta_w(\theta)] + 1 - [\vartheta_w(\theta)]^4} d\vartheta_w(\theta) \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Минимизация нелинейного комплекса

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) &= pW \left\{ \frac{d\theta/\partial y}{K[1 - \vartheta_w(\theta)] + 1 - [\vartheta_w(\theta)]^4} \right\}^2 \times \\ &\times \left\{ \frac{4[\vartheta_w(\theta)]^3 + K}{Sk_\delta [4[\vartheta_w(\theta)]^3 + K] + 1} - p \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

приводит преобразованную задачу для W к известной линейной задаче конвективного охлаждения в среде нулевой температуры. Минимизация достигается здесь разбиением всей области изменения искомой температуры θ на N интервалов и выполнением условия

$$P_i = \left\{ \frac{4[\vartheta_w(\theta_i)]^3 + K}{Sk_\delta [4[\vartheta_w(\theta_i)]^3 + K] + 1} \right\}. \quad (19)$$

Объединяя теперь решение линейной задачи для W и преобразование (17), найдем искомые температуры со стороны пограничного слоя θ_w . Соответствующие этим величинам значения поверхностных температур со стороны греющей среды ϑ_w определяются из соотношения (15).

Исследование влияние режимных параметров задачи на развитие процесса теплообмена проводилось для случая градиентного течения $U_\infty = Ax^m$ и включало следующие варианты

$$\theta_\infty = 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 0,8;$$

$$m = 0; 1/3; 2/3; 1;$$

$$Sk_\delta = 0; 0,4; 1; 2; 5; 20; 50;$$

$$K = 0; 1; 5; 20; 100.$$

Расчет величин $\theta_w = \theta_w(X_{*\Lambda})$, $\vartheta_w = \vartheta_w(X_{*\Lambda})$ выполняется на ЭВМ при $N=100$.

В качестве примера на рис.3 – 5 показаны характерные распределения температур θ_w и ϑ_w , вычисленные при $\theta_\infty = 0,2$; $m = 0, 1/3, 2/3, 1$; $K = 0, 5, 20$; $Sk_\delta = 0, 0,4, 1, 2, 5$. Абсцисса графиков – обобщенная координата $X_{*\Lambda}$, ордината – безразмерные температуры θ_w и ϑ_w .

Анализ температурных распределений позволил установить следующее. Случай $Sk_\delta = 0$ относится к термически тонкой стенке, когда $\theta_w = \vartheta_w$ (такая задача исследована ранее). Эта линия делит график на две области. Верхняя соответствует распределению температур на поверхности пластины со стороны греющей среды ϑ_w , нижняя – со стороны пограничного слоя θ_w . С ростом Sk_δ перепад температур по сечению пластины $(\vartheta_w - \theta_w)$ увеличивается. При этом наибольшая разность $(\vartheta_w - \theta_w)_{\max}$ имеет место на

передней кромке ($X_{*\Lambda} = 0$) и определяется соотношением $(\vartheta_w - \theta_w)_{\max} = \vartheta_w - \theta_w = Sk_\delta \{K[1 - \vartheta_w(\theta_\infty)] + 1 - [\vartheta_w(\theta_\infty)]^4\}$.

С ростом обобщенной координаты $X_{*\Lambda}$ разность $\vartheta_w - \theta_w$ убывает и величины θ_w и ϑ_w асимптотически стремятся к своему предельному значению $\theta_w \rightarrow \vartheta_w \rightarrow 1$.

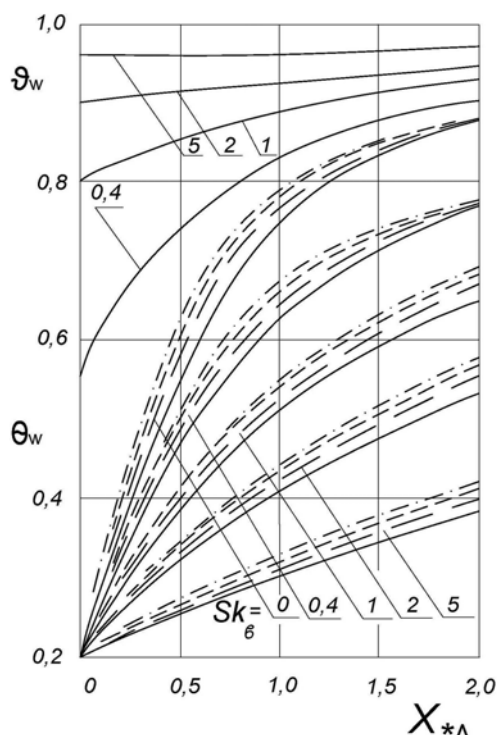


Рис.3 - Влияние градиента давления и числа Sk_δ на распределение поверхностных температур. $K = 0$

————— $m = 0$ - - - - - $m = 2/3$
 — — — — $m = 1/3$ — · — · — $m = 1$

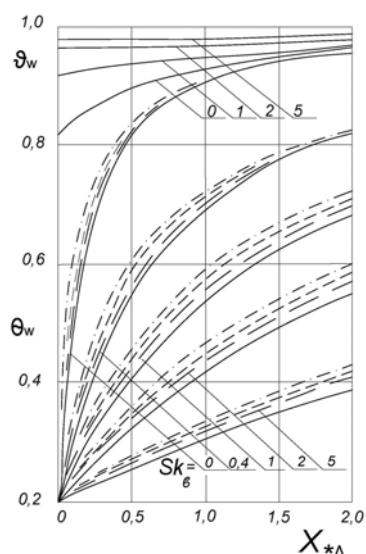


Рис.4 - Влияние градиента давления и числа Sk_δ на распределение
поверхностных температур. $K = 5$

————— $m = 0$ - - - - - $m = 2/3$
—— — $m = 1/3$ — · — · — $m = 1$

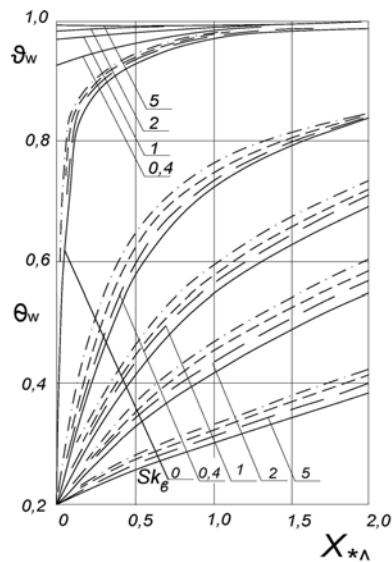


Рис.5 - Влияние градиента давления и числа Sk_δ на распределение
поверхностных температур. $K = 20$

————— $m = 0$ - - - - - $m = 2/3$
—— — $m = 1/3$ — · — · — $m = 1$

Анализируя графики рис. 3 -5, можно также отметить, что увеличение параметра K , при прочих равных условиях, приводит к повышению перепада температур $(\vartheta_w - \theta_w)$ по сечению пластины. Наиболее сильно это влияние сказывается в области небольших чисел $Sk_\delta (Sk_\delta \leq 1)$. С ростом Sk_δ влияние параметра K на развитие процесса теплообмена ослабевает.

Что касается влияния градиента давления (показателя m) на распределение поверхностных температур со стороны пограничного слоя θ_w , то здесь остаются справедливыми выводы, изложенные ранее для случая термически тонкой стенки. Со стороны же греющей среды температурные кривые ϑ_w при разных m практически сливаются.

В заключении отметим, что общие закономерности влияния основных параметров теплового процесса m , Sk_δ , K на распределение поверхностных температур ϑ_w и θ_w остаются справедливыми и при других значениях безразмерной температуры набегающего потока θ_∞ .

Литература

1. Иванов В.В., Карасева Л.В., Тихомиров С.А., Пономаренко А.С. Теплообмен в пограничных слоях на излучающих поверхностях // Инженерный вестник Дона, 2017, №2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2017/4188/.
2. Sparrow E.M., Lin S.H. Boundary layers with prescribed heat flux application to simultaneous conduction and radiation // International J. Heat Mass Transfer. 1965, v.202, №1070. pp. 437–448
3. Cess R.D. The effect of radiation upon forced-convection heat transfer // Appl. Scient. Res. A. 1961. v.10. №6. pp. 430 – 438.

4. Иванов В.В., Дунин И.Л., Медведев Г.Г. Расчет пограничного слоя прозрачного газа на излучающей поверхности // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1972. № 1. С. 107 – 110.

5. Дунин И.Л., Иванов В.В. Сопряженная задача теплообмена с учетом излучения поверхности // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1974. №4. С. 187 – 190.

6. Иванов В.В., Карасева Л.В. Сопряженный теплообмен в пластине с излучающими наружными поверхностями // Изв. вузов. Сев-Кавк. Регион. Техн. Науки. 2015. № 1. С. 65 – 68.

7. Смирнов Р.В., Бахвалов Ю.А. Математическое моделирование теплообменных процессов в энергосберегающих гелиоустановках // Инженерный вестник Дона, 2013, №3 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1782/.

8. Романова М.И., Шерстюков В.В. Энергоэффективный метод использования излишек тепла солнечного коллектора // Инженерный вестник Дона, 2012, №4 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1440/.

9. Иванов В.В. Исследование процессов переноса при нелинейных граничных условиях // Теплофизика высоких температур. 1973. Т. XI. № 1. С. 128 – 132.

10. Chambre P.L., Acrivos A. On chemical surface reactions in laminar boundary layer flows. J.Appl. Phys., 1956, v.27, № 11. pp. 1322 – 1328.

References

1. Ivanov V.V., Karaseva L.V., Tikhomirov S.A., Ponomarenko A.S. Inženernyj vestnik Dona (Rus), №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2017/4188/.

2. Sparrow E.M., Lin S.H. International J. Heat Mass Transfer. 1965, v.202, №1070. pp. 437 – 448.

3. Cess R.D. Appl. Scient. Res. A. 1961. v.10. №6. pp. 430 – 438.



4. Ivanov V.V., Dunin I.L., Medvedev G.G. Izvestiya AN SSSR. Mehanika zhidkosti I gaza, 1972, no. 1, pp. 107-110.
5. Ivanov V.V., Dunin I.L. Izvestiya AN SSSR. Mehanika zhidkosti I gaza, 1972, vol. X, no.4, pp. 1124 – 1126.
6. Ivanov V.V., Karaseva L.V. Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskij region. Tehnicheskie nauki, 2013, no. 6, pp.148-152.
7. Smirnov R.V., Bakhvalov Y.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1782/.
8. Romanova M.I., Sherstyukov V.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2012/1440/.
9. Ivanov V.V. Teplofizika vysokih temperatur, 1973, vol. XI, no 1, pp.128-132.
10. Chambre P.L., Acrivos A. J.Appl. Phys., 1956, v.27, № 11. pp. 1322 – 1328.