ВІСНИК ПРИАЗОВСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
2011 р. Серія: Технічні науки № 2 (23)
ISSN 2225-6733

ЕЛЕКТРОТЕХНИКА ТА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКА

УДК 621.311

Саенко Ю.Л.[1], Попов А.С.[2]

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ВЫБОРА ЕМКОСТИ КОНДЕНСАТОРА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕБЕР-АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ НАПРЯЖЕНИЯ

В статье рассмотрены способы определения вебер-амперной характеристики измерительных трансформаторов напряжения. Предложена методика выбора емкости конденсатора для определения кривой намагничивания. Оценена погрешность предложенного способа.
Ключевые слова: *кривая намагничивания, трансформатор напряжения, емкость, погрешность измерения, насыщение стали.*

Саєнко Ю.Л. Попов А.С. Математичні аспекти вибору ємності конденсатора для визначення вебер-амперної характеристики вимірювальних трансформаторів напруги. *У статті розглянуто способи визначення вебер-амперної характеристики вимірювальних трансформаторів напруги. Запропонована методика вибору ємності конденсатора для визначення кривої намагнічення. Оцінена похибка запропонованого способу.*
Ключові слова: *крива намагнічення, трансформатор напруги, ємність, похибка вимірювання, насичення сталі.*

Y.L. Sayenko, A.S. Popov. Mathematical aspects of choosing the capacity for determination saturation characteristic of measuring voltage transformers. *Methods of determination of saturation characteristic of measuring voltage transformers were considered .A method of determination the capacity to define saturation characteristic was proposed. Evaluated was the tolerance of the proposed method.*
Keywords: *saturation characteristic, voltage transformer, capacity, tolerance of measuring, saturation of steel.*

Постановка проблемы и анализ последних публикаций. При расчете нелинейных цепей встает вопрос точного задания кривой намагничивания нелинейной индуктивности. Известно, что точность задания вебер-амперной характеристики во многом определяет достоверность полученных результатов, кроме того, также следует отметить высокую чувствительность полученных результатов к параметрам кривой намагничивания. К таким задачам в первую очередь следует отнести: расчет феррорезонансных процессов с электромагнитными трансформаторами напряжения контроля изоляции (ТНКИ), расчет броска тока намагничивания при включении трансформаторов, определение кратности перенапряжений при отключении холостых трансформаторов, определение погрешности измерительных трансформаторов. При исследовании подобного рода процессов целесообразно знать не только кривую намагничивания, но и погрешность ее определения. При этом с учетом погрешности исходных данных появится возможность получить решение схемы для граничных условий.

Существует ряд методов определения вебер-амперной характеристики. Условно их можно разделить на расчетные и экспериментальные. Исходными данными для расчета кривой намагничивания служат *B-H* параметры стали сердечника, его геометрические размеры и число витков обмоток. Этот подход достаточно прост, однако обладает существенной погрешностью,

[1] *д-р техн. наук, профессор, ГВУЗ «Приазовский государственный технический университет», г. Мариуполь*
[2] *аспирант, ГВУЗ «Приазовский государственный технический университет», г. Мариуполь*

ISSN 2225-6733

причем зачастую определить эту погрешность не представляется возможным. Данный метод не учитывает изменение картины поля в стыках и углах магнитопровода, в местах болтовых соединений, в которых поток замыкается по немагнитному пути и картина поля искажается. Кроме того, характеристики стали, которые приводятся в справочной литературе, также содержат некоторую погрешность, величина которой не приводится. Также необходимо отметить, что параметры однотипной стали, приводимые в различных литературных источниках, значительно отличаются между собой. В качестве примера на рис. 1 приведены *B*-*H* параметры электротехнической стали Э3411 из источников [1-3]. Кривые имеют значительные отличия между собой, следовательно, соответствующим образом будут отличаться и вебер-амперные характеристики сердечника. Все это предопределяет необходимость экспериментального определения вебер-амперных характеристик для получения точных результатов.

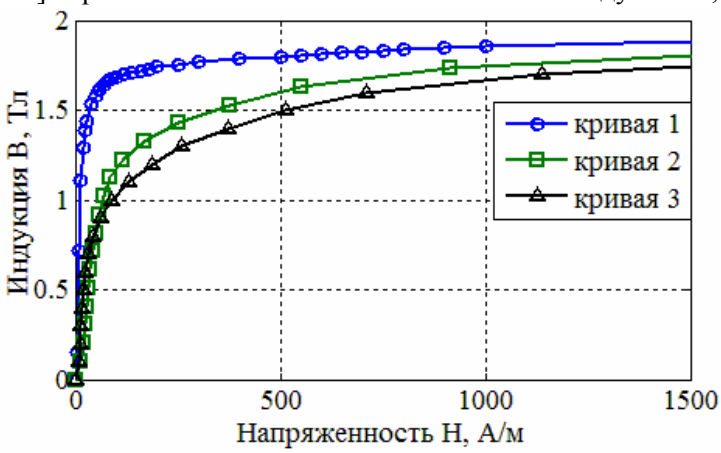


Рис. 1 – Кривые намагничивания стали Э3414

В настоящее время разработан ряд экспериментальных методов определения кривой намагничивания [4, 5]. Намагничивание образца осуществляется управляемым источником. При этом осциллографируется амплитудное значение тока в намагничивающей обмотке и потокосцепление. Потокосцепление регистрируется или как напряжение на емкости интегрирующей *RC* цепочки, подключенной к дополнительной измерительной обмотке, или как напряжение, подведенное к намагничивающей обмотке, деленное на угловую частоту сети. Технически эти методы зачастую реализуются со стороны низкого напряжения трансформатора, при этом они также как и расчетные методы обладают погрешностью.

В глубоком насыщении сердечника резко растет ток намагничивания. В результате его амплитуда может составлять несколько сотен ампер. При таком токе, за счет падения напряжения на внутреннем сопротивлении источника, искажается форма питающего напряжения, а это в свою очередь ведет к появлению соответствующих погрешностей. Так, например, при измерении вебер-амперной характеристики для амплитудных значений трансформатора напряжения (ТН) типа НТМИ-6 при токе I_2=40$I_{2ном}$ коэффициент несинусоидальности напряжения источника был равен 16% и растет по мере насыщения сердечника. Соответственно, не представляется возможным получить корректные данные в глубоком насыщении. В опыте использовался ЛАТР мощностью 10 кВА.

Решением проблемы несинусоидальности питающего напряжения является использование в качестве источника питания заряженного конденсатора. При этом можно получить достаточно глубокое насыщение стали путем верного подбора емкости конденсатора и напряжения его заряда. Опытный подбор емкости является достаточно сложной задачей, поэтому актуальным является получение аналитического выражения для выбора емкости.

Целью работы является получение аналитического выражения для определения емкости конденсатора и напряжения его заряда при определении вебер-амперной характеристики измерительных ТН.

Изложение основного материала. При решении данной задачи целесообразно заранее оценить граничные условия эксперимента, в частности величину максимально необходимого тока намагничивания. Так, например, при определении вебер-амперной характеристики ТН типа НТМИ-6, у которого амплитудное значение тока холостого хода вторичной обмотки при номинальном напряжении составляет порядка 0,7 А, для глубокого насыщения достаточно получить ток 170 А, т.е. в 250 раз больший, номинального тока.

Глубокое насыщение соответствует линейному участку «за коленом» кривой намагничивания (см. рис. 2). Для большей достоверности целесообразно получить 5-7 точек в этой облас-

ISSN 2225-6733

ти. Для измерительных ТНКИ, рабочая индукция которых находится в диапазоне 0,9-1 Тл, величина тока 250-300$I_{2ном}$ является достаточной для качественного снятия характеристики в насыщении. Исходными данными для расчета являются индуктивность рассеивания намагничивающей обмотки L_δ и активное сопротивление этой обмотки $R_{обм}$. В насыщении кривая намагничивания имеет наклон, соответственно динамическая индуктивность насыщения $L_{нас}$ не равна нулю. В этой части характеристики ток намагничивания ограничивается активным сопротивлением обмотки, индуктивным сопротивлением насыщения и рассеивания. Поэтому при расчетах необходимо иметь информацию не только об индуктивности рассеивания, но и об индуктивности насыщения. В данном случае можно воспользоваться данными [6], согласно которым индуктивность насыщения и рассеивания для измерительных ТН связаны соотношением $L_{нас}$=(1,3..1,5)L_δ. Отметим, что приведенное выше соотношение хорошо согласуется с экспериментальными результатами, полученными авторами данной статьи. Результирующая индуктивность ТН в насыщении $L_{тн}$ может быть принята равной 2,3L_δ.

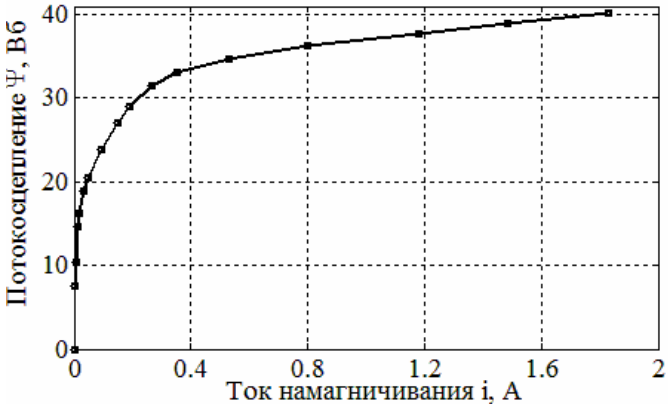


Рис. 2 – Вебер-амперная характеристика ТН типа НТМИ-6

Упрощенная схема замещения цепи приведена на рис. 3. Вторичная обмотка ТН работает в режиме, близком к режиму холостого хода, поэтому на схеме эта обмотка не указана. К ней подключается интегрирующая *RC* цепочка с большим входным сопротивлением.

Известно, что схема с нелинейными элементами не имеет аналитического решения в общем виде. Поэтому целесообразным является линеаризация этой схемы, т.е. переход от нелинейной индуктивности к линейной. Такая возможность для данной задачи существует. Это обусловлено тем, что граничное условие определения максимального тока в ТН приходится на область насыщения стали, в которой трансформатор линеен и обладает индуктивностью $L_{тн}$. С учетом этого допущения задача сводится к развязыванию линейной цепи. Безусловно, введение допущения о линейности цепи приведет к некоторой погрешности, однако, как показала практика расчетов, полученные выкладки с достаточной для инженерных расчетов точностью позволяют производить вычисления.

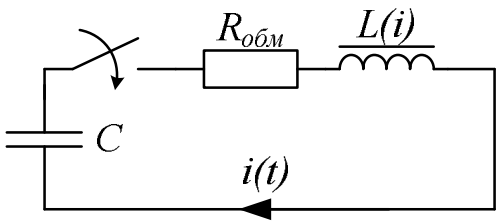


Рис. 3 – Упрощенная схема замещения цепи

Первым условием выбора емкости является обеспечение колебательного переходного процесса, т.е. должно выполняться условие [7]:

$$R_{íàì} < 2\sqrt{\frac{L_{ôí}}{\tilde{N}}}. \quad (1)$$

Уравнение по второму закону Кирхгоффа для данной цепи имеет вид:

$$U_C(t) + U_R(t) + U_L(t) = 0. \quad (2)$$

При колебательном переходном процессе свободная составляющая напряжения на конденсаторе определятся известным выражением [7]:

$$U_C(t) = A_0 \cdot e^{\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha). \quad (3)$$

Принужденная составляющая в этом случае отсутствует.

Ток в индуктивности равен току в емкости и определяется выражением:

$$i_L(t) = i_C(t) = C\frac{dU_C}{dt} = C \cdot A_0 \cdot \omega \cdot e^{\sigma \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha) + C \cdot A_0 \cdot e^{\sigma \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha). \quad (4)$$

Корнями характеристического уравнения при колебательном переходном процессе явля-

ISSN 2225-6733

ются декремент затухания $\delta = -\frac{R_{îáù}}{2L_{ò\,í}}$ и частота свободных колебаний $\omega = \sqrt{\frac{1}{L_{ò\,í}\cdot\tilde{N}} - \left(\frac{R_{îáù}}{2\cdot L_{ò\,í}}\right)^2}$.

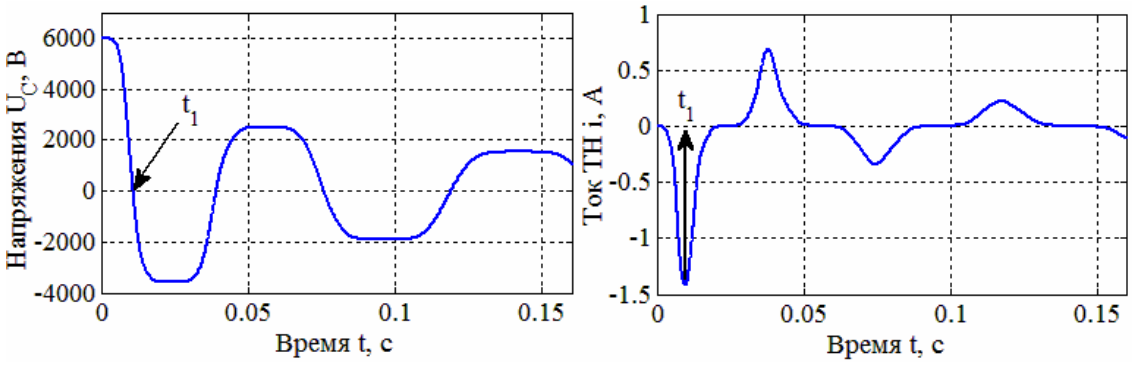
Начальными условиями в переходном процессе являются напряжение на конденсаторе U_C и ток в катушке индуктивности i_L до коммутации. Т.к. тока в цепи до коммутации не было, то $i_{L(-)}$=0. С учетом начальных условий определяются постоянные интегрирования:

$$\begin{cases} 0 = C\cdot A_0\cdot\omega\cdot e^0\cdot\cos(0+\alpha) + C\cdot A_0\cdot e^0\cdot\sin(0+\alpha) \\ U_C = A_0\cdot e^0\cdot\sin(0+\alpha) \end{cases}. \quad (5)$$

Совместное решение системы дает следующее:

$$\begin{cases} \alpha = arctg\dfrac{\omega}{\delta} \\ A_0 = \dfrac{U_C}{\sin(\alpha)} \end{cases}. \quad (6)$$

В общем случае разряд конденсатора на нелинейную индуктивность представляет собой процесс с увеличивающимся во времени периодом и уменьшающимися амплитудами тока в цепи и напряжения на конденсаторе. На рис. 4 приведены кривые напряжения на конденсаторе и тока в цепи, полученные в результате моделирования. В первый момент после коммутации ток в цепи равен нулю, соответственно падение напряжения на активном сопротивлении обмотки U_R также равно нулю. Тогда из второго закона Кирхгоффа (2) для начального момента после коммутации справедливо $U_L = -U_C$. По мере разряда емкости растет ток в цепи и падение напряжения U_R, поэтому в насыщении $U_L \neq -U_C$. Учет активных потерь резко усложняет аналитическое решение задачи, поэтому в дальнейших расчетах принято допущении – в насыщении U_R =0. Известно, что максимум тока в цепи с индуктивностью не возникает мгновенно и он сдвинут (отстает) на полпериода по отношению к напряжению на индуктивности. Другими словами максимум тока наступит в момент, когда напряжение на емкости и индуктивности пройдет через ноль (t_1 на рис 4).



а) б)

Рисунок 4 – Расчетные кривые напряжения на конденсаторе (а) и тока в цепи (б) при разряде конденсатора на нелинейную индуктивность

С учетом допущения $U_L = -U_C$ задача сводится к определению времени t_1 (см. рис. 4) и дальнейшему вычислению тока в цепи в этот момент времени. Величина t_1 определяется из известной частоты собственных колебаний ω, причем это время будет соответствовать 1/4 периода колебаний. В итоге выражение для t_1 имеет вид:

$$t_1 = \frac{\pi}{2\cdot\sqrt{\frac{1}{L_{ò\,í}\cdot\tilde{N}} - \left(\frac{R_{îáù}}{2\cdot L_{ò\,í}}\right)^2}}. \quad (7)$$

Для определения тока в цепи в момент времени t_1 полученные в формулах (5-7) результа-

ISSN 2225-6733

ты необходимо подставить в выражение (4). Из формулы (4) следует, что ток в цепи представляет собой сумму двух гармонических составляющих – синусной и косинусной. В начале процесса разряда при малом t $\cos(\omega t)>>\sin(\omega t)$. С учетом того, что максимуму косинуса соответствует минимум синуса в выражении для определения тока в цепи синусной составляющей можно пренебречь. С учетом преобразований выражение для определения тока в цепи в момент времени t_1 имеет вид:

$$i_L(t_1) = C \cdot \frac{U_C}{\sin(\alpha)} \cdot \sqrt{\frac{1}{L_{\text{ò}i} \cdot \tilde{N}} - \left(\frac{R_{\text{í}\text{á}\text{à}}}{2 \cdot L_{\text{ò}i}}\right)^2} \cdot e^{-\frac{R_{\text{í}\text{á}\text{à}} \cdot \pi}{2 \cdot L_{\text{ò}i} \cdot \sqrt{\frac{1}{L_{\text{ò}i} \cdot \tilde{N}} - \left(\frac{R_{\text{í}\text{á}\text{à}}}{2 \cdot L_{\text{ò}i}}\right)^2}}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right). \quad (8)$$

Для проверки корректности полученного выражения сравнивались значения тока, полученные по выражению (8) с результатами компьютерного моделирования. Для этого была собрана модель исследуемой цепи в пакете MATLAB/Simulink, в которой использовались реальные параметры ТН типа НТМИ-6. Суть проверки заключалась в следующем. При неизменных параметрах цепи производились расчеты на модели и по предложенной формуле (8). Расчеты проводились при различных напряжениях заряда конденсатора, т.е. от начального участка кривой намагничивания до области глубокого насыщения. Это сделано для того, чтобы оценить зависимость погрешности предложенного варианта от степени насыщения сердечника.

За истинное значение принималась величина тока, полученная при моделировании, и далее вычислялась относительная погрешность вычислений. Для того чтобы оценить насколько универсальным является выражение (8) проводилось сравнение результатов при различных емкостях конденсатора. Ни рис. 5 приведено семейство кривых зависимости погрешности определения от относительного значения тока в обмотке при различных собственных частотах колебаний системы. Для наглядности ось тока приведена в относительных единицах по отношению к номинальному току. Из кривых следует, что при токе $150I_{\text{ном}}$ и выше погрешность определения тока зачастую не превышает 20%, т.е. в области насыщения можно получить достаточно точные результаты. Погрешность в первую очередь обусловлена линеаризацией схемы. Значительной чувствительности результатов к частоте собственных колебаний не выявлено.

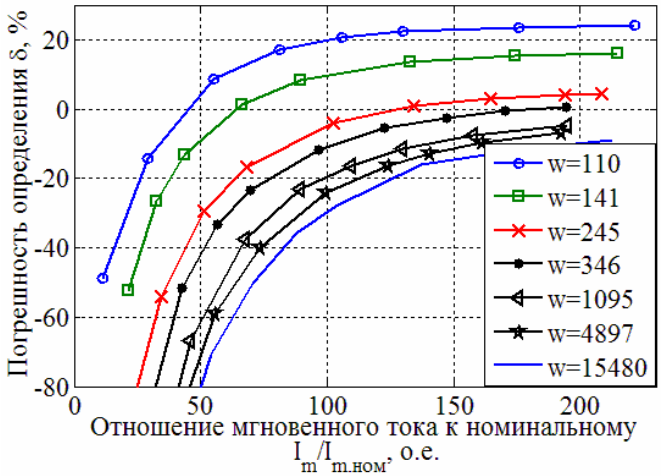


Рис. 5 – Зависимость погрешности определения тока по выражению (8) от относительного значения тока при различных частотах колебаний

Увеличение частоты колебаний достигается путем уменьшения емкости, поэтому для того, чтоб получить желаемое насыщение при меньшей емкости, необходимо пропорционально увеличивать напряжение заряда конденсатора. Расчеты показали, что при ω=4000 рад/с и выше напряжение заряда должно составлять 7-8$U_{\text{ном}}$ трансформатора, что является недопустимо опасной величиной для изоляции ТН. Кроме того, чем выше частота колебаний, тем более жесткие требования предъявляются к регистрирующим устройствам.

С учетом допущения о линейности цепи была проанализирована погрешность определения тока по более упрощенной методике, которая вытекает из условия равенства энергии в емкости и индуктивности, т.е. из условия:

$$\frac{L_{\text{ò}i} \cdot I^2}{2} = \frac{C \cdot U^2}{2}. \quad (9)$$

По аналогии с рис. 5 получено семейство кривых погрешности определения тока от его величины в относительных единицах при различных значениях ω. Полученные результаты, приведенные на рис. 6, показывают, что погрешность этого способа в области допустимых по уровню напряжения частот (до ω=3000 рад/с) составляет 60-80%, что значительно уступает

ISSN 2225-6733

предложенному выражению (8).

После выбора величины емкости конденсатора и напряжения его заряда определение кривой намагничивания производится следующим образом. Первую точку получают в насыщении кривой исходя из выбранных параметров конденсатора. Далее постепенно уменьшают напряжение заряда конденсатора и таким образом переходят от области насыщения к начальному участку кривой.

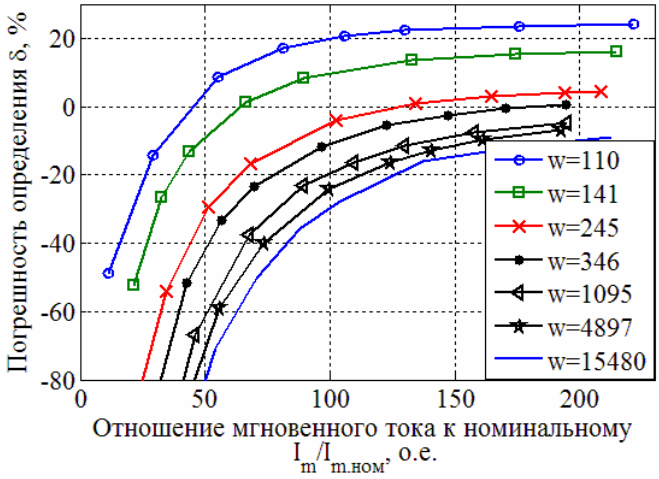


Рис. 6 – Зависимость погрешности определения тока по выражению (9) от относительного значения тока при различных частотах колебаний

Выводы

Предложенная методика выбора величины емкости и напряжения ее заряда с погрешностью не более 20% позволяет определять ток в нелинейной индуктивности в глубоком насыщении. Данный способ определения вебер-амперной характеристики позволяет получить глубокое насыщение стали, причем его использование решает проблему несинусоидальности питающего напряжения. Методика была успешно апробирована в реальных экспериментах и хорошо зарекомендовала себя.

Список использованных источников:

1. Дружинин В.В. Магнитные свойства электротехнической стали / В.В. Дружинин. – М.: Энергия, 1974. – 237 с.
2. Преображенский А.А. Теория магнетизма, магнитные материалы и элементы / А.А. Преображенский. – М.: Высшая школа, 1972. – 288 с.
3. Молотилов Б.В. Холоднокатаные электротехнические стали / Б.В. Молотилов, Л.В. Миронов, А.Г. Петренко. – М.: Металлургия, 1989. – 168 с.
4. Писаревский Э.А. Электрические измерения и приборы / Э.А. Писаревский. – М.: Энергия, 1970. – 431 с.
5. Попов В.С. Электрические измерения / В.С. Попов. – М.: Энергия, 1974. – 390 с.
6. Дымков А.М. Трансформаторы напряжения / А.М Дымков, В.М. Кибель, Ю.В. Тишенин. – М.: Энергия, 1975. – 200 с.
7. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л.А. Бессонов. – М.: Гардарики, 2000. – 638 с.

Bibliography:

1. Drujinin V.V. The magnetic properties of electrical steel / V.V. Drujinin. Moskva: Energiia, 1974. – 237 p. (Rus)
2. Preobrajenskii A.A.The theory of magnetism, magnetic materials and components / A.A. Preobrajenskii. – Moskva: Vysshaia shkola, 1972. – 288 p. (Rus)
3. Molotilov B.V. Cold rolled electrical steels / B.V. Molotilov, L.V. Mironov, A.G. Petrenko. – Moskva: Metellurgiia, 1989. – 168 p. (Rus)
4. Pisarevskii E.A. Electrical measurements and instrumentation / E.A. Pisarevskii. – Moskva: Energiia, 1970. – 431 p. (Rus)
5. Popov V.S. Electrical measurements / V.S. Popov – Moskva: Energiia, 1974. – 390 p. (Rus)
6. Dymkov A.M. Трансформаторы напряжения / A.M Dymkov, V.M. Kibel, Yu.V. Tishenin. – Moskva: Energiia, 1975. – 200 p. (Rus)
7. Bessonov L.A. Theoretical bases of electrical engineers. Electrical circuits / L.A. Bessonov. – Moskva: Gardariki, 2000. – 638 p. (Rus)

Рецензент: И.В. Жежеленко
д-р. техн. наук, проф, ГВУЗ «ПГТУ» Статья поступила 05.10.2011