В.В. Здольник **А.С. Мальцев**

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ И ВЫБОР МАРШРУТОВ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Оптимизация пропускной способности каналов передачи информации, выбор маршрутов и синтез топологической структуры сети являются важнейшими задачами при проектировании базовой сети передачи информации. Нахождение точного решения перечисленных задач представляет собой трудную проблему математического программирования. Здесь будут даны лишь формулировки этих задач и решение одной из них при наличии ряда теоретических предположений.

Выбор маршрута осуществляется с целью передачи пакета через сеть оптимальным образом при заданном входном потоке и способе маршрутизации. Различают статическую и динамическую маршрутизацию [1]. В первом случае маршрут выбирается между каждой парой источник — адресат в соответствии с априорно заданными исходными данными, во втором — адаптивно в соответствии с текущими изменениями потока и состояния сети. В рамках статической маршрутизации задача выбора потоков состоит в оптимальном распределении потоков в каналах сети $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_M$, удовлетворяющих входному трафику и минимизирующих среднее время задержки T при ограничениях $0 \le \lambda_i / b < C_i$, где C_i — заданная пропускная способность i-го канала,

$$T = \frac{1}{\Lambda}\sum_{i=1}^{M}\frac{\lambda_i}{bC_i - \lambda_i}.$$

Легко видеть, что

$$\frac{\partial T}{\partial(\lambda_i / \mu)} = \frac{C_i}{\Lambda[C_i - \lambda_i / b]^2} > 0 \text{ для всех } i = \overline{1, M}. \quad (1)$$

Аналогично $\partial^2 T / \partial(\lambda_i / \mu)^2 > 0$ и, следовательно, целевая функция Т является выпуклой функцией переменных $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_M$. Кроме того, ограничения являются выпуклым многогранником. Указанный факт имеет решающее значение для решения задачи выбора потоков, так как для отыскания глобального минимума может быть использован любой метод поиска локального минимума.

Перейдем теперь к формулировке и решению задачи выбора пропускной способности каналов при заданной топологической структуре сети и известных потоках $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_M$. Будем полагать, что пропускные способности каналов могут принимать любые неотрицательные значения, а зависимость стоимости D_i от пропускной способности i-го канала связи является линейной функцией:

$$D_i(C_i) = d_i C_i \quad (i = \overline{1, M}). \tag{2}$$

Хотя указанные предположения не соответствуют реальным условиям проектирования сетей передачи информации (например, пропускные способности можно выбирать лишь из конечного дискретного множества значений), они значительно упрощают рассматриваемую проблему, позволяя находить точное аналитическое решение.

В рамках сделанных предположений задача выбора пропускных способностей состоит в отыскании вектора $C = \{C_1, ..., C_M\}$, минимизирующего среднее время задержки, определяемое выражением

$$T = \frac{1}{\Lambda} \sum_{i=1}^{M} \frac{\lambda_i}{bC_i - \lambda_i}, \tag{3}$$

где T — среднее время пребывания пакета в сети (задержка пакета), при ограничении на суммарную стоимость каналов

$$D \geq \sum_{i=1}^{M} d_i C_i. \tag{4}$$

Решение этой задачи можно получить методом множителей Лагранжа. Составим функцию Лагранжа

$$F = T + \beta \left[\sum_{i=1}^{M} d_i C_i - D \right]. \tag{5}$$

Дифференцируя это выражение, получаем систему уравнений

$$\frac{\partial F}{\partial C_i} = \frac{\lambda_i b}{\Lambda [bC_i - \lambda_i]^2} - \beta d_i = 0,$$

решение которой дает искомые значения $C^* = \{C_1^*, C_2^* ..., C_M^*\}$ в виде

$$C_i^* = \lambda_i / b + \sqrt{\lambda_i / d_i} \,/ \sqrt{\beta \Lambda b}, i = \overline{1, M}. \tag{6}$$

Для определения множителя β умножим это равенство на d_i, просуммируем по i и после преобразований получим

$$\left[\sqrt{\beta \Lambda b}\right]^{-1} = D_1 \bigg/ \sum_{i=1}^{M} \sqrt{\lambda_i d_i}, \quad D_1 = D - \sum_{i=1}^{M} \lambda_i d_i / b. \tag{7}$$

Подставляя последнее равенство в (6), имеем окончательно

$$C_i^* = \lambda_i / b + \sqrt{\lambda_i / d_i} \bigg/ \left[d_i \sum_{j=1}^{M} \sqrt{\lambda_{jj} d_j} \right], i = \overline{1, M}. \tag{8}$$

Минимальная средняя задержка сети, пропускные способности каналов в которой выбраны оптимально, имеет вид

$$T^* = \frac{1}{\Lambda b D_1} \left(\sum_{i=1}^{M} \sqrt{\lambda_i d_i} \right)^2 \tag{9}$$

и определяется путем подстановки значения C_i^* в формулу (3).

Легко сформулировать и двойственную задачу отыскания вектора C^*, минимизирующего стоимость сети при ограничении на время задержки,

$$\min_{\{C_i\}} \sum_{i=1}^{M} d_i C_i \qquad (10)$$

при условии

$$\frac{1}{\Lambda} \sum_{i=1}^{M} \frac{\lambda_i}{bC_i - \lambda_i} \le T_{\max}. \qquad (11)$$

Снова используя для решения задачи (10), (11) метод множителей Лагранжа, получаем

$$C_i^* = f_i + \frac{\sum_{j=1}^{M} \sqrt{f_i d_i}}{\Lambda T_{\max}} \sqrt{\frac{f_i}{d_i}}, \ i = \overline{1, M}, \qquad (12)$$

$$D^* = \sum_{j=1}^{M} f_j d_j + \frac{1}{\Lambda T_{\max}} \left[\sum_{j=1}^{M} \sqrt{f_i d_i} \right], \qquad (13)$$

где $f_j = \lambda_j / b$.

Описанные задачи выбора потоков и определения оптимальных пропускных способностей каналов решались в предположении, что топологическая структура сети задана. Однако на практике при проектировании сети передачи данных топологическая структура сети неизвестна и подлежит выбору. Таким образом, проектировщик сети сталкивается со сложной комбинаторной проблемой совместного решения задач синтеза топологической структуры сети, выбора маршрутов и пропускной способности. Для решения этой проблемы обычно привлекаются численные методы [1, 2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Лазарев В.Г. Управление потоками данных на сети коммутации пакетов с виртуальными каналами / В.Г. Лазарев, И.А. Паршенков.— М., 1983.— С. 19—29.

2. Вишневский В.М. Автоматизация проектирования сетей связи ЭВМ автоматизированных систем массового обслуживания / В.М. Вишневский, А.И. Талаллай.— М., 1984.— 563 с.

3. Основы информационной безопасности: учебник / [под общ. ред. В.А. Минаева и С.В. Скрыля].— Воронеж: Воронежский институт МВД России, 2001.— 464 с.