УДК 629.113.001

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ ВЫСОТЫ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ВЕРТИКАЛЬНОГО СМЕЩЕНИЯ БЕГОВЫХ БАРАБАНОВ, НА ВЕЛИЧИНУ УДЕЛЬНОЙ ТОРМОЗНОЙ СИЛЫ

© А.В. Бойко[1], Ле Ван Луан[2]

Иркутский государственный технический университет,
664074, Россия, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83.

Разработана математическая модель процесса торможения автомобиля на стенде с беговыми барабанами, позволяющая исследовать влияние высоты относительного взаимного вертикального смещения беговых барабанов на величину удельной тормозной силы, характеризующей тормозную эффективность автомобиля на стенде.
Ил. 4. Библиогр. 6 назв.

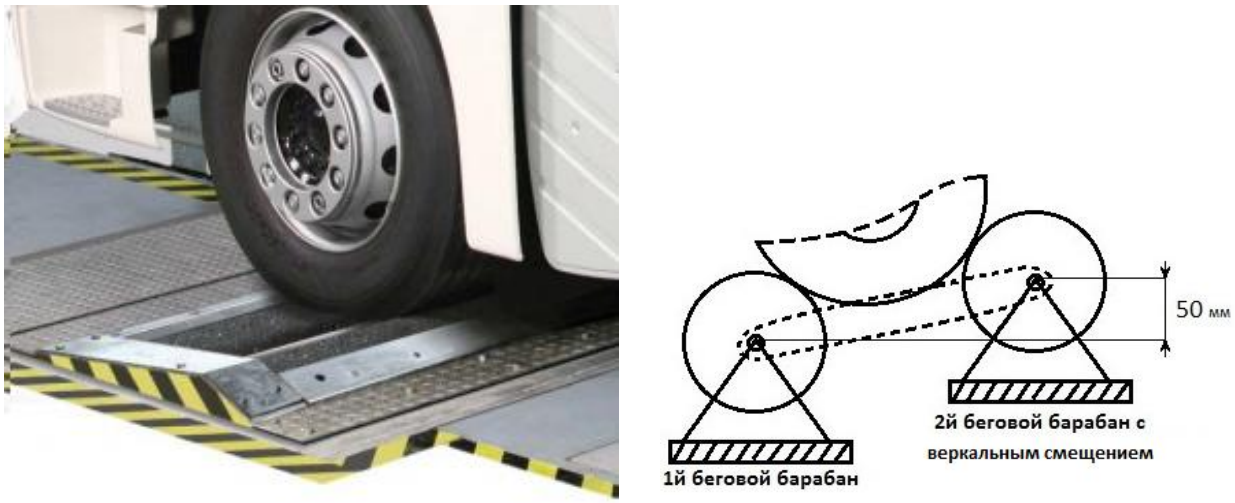
Ключевые слова: математическая модель; шина; тормозной механизм; тормозной стенд; беговые барабаны; колесо; автомобиль; удельная тормозная сила; тормозная эффективность.

MATHEMATICAL MODEL FOR STUDYING INFLUENCE OF CHASSIS DYNAMOMETER RELATIVE VERTICAL SHIFT HEIGHT FOR SPECIFIC BRAKE FORCE VALUE

[1]Бойко Александр Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры автомобильного транспорта, тел.: 89149293650, e-mail: veator@ramler.ru
Boiko Alexander, Candidate of technical sciences, Associate Professor of the Department of Automobile Transport, tel.: 89149293650, e-mail: veator@ramler.ru
[2]Ле Ван Луан, аспирант, тел.: 89246050712, e-mail: levanluan2008@mail.ru
Le Van Luan, Postgraduate, tel.: 89246050712, e-mail: levanluan2008@mail.ru

A.V. Boiko, Le Van L.
Irkutsk State Technical University,
83 Lermontov St., Irkutsk, 664074, Russia.
The authors develop a mathematical model of motor vehicle braking on a chassis dynamometer test bed. It allows to study the influence of the height of the relative mutual vertical shift of chassis dynamometers for the value of the specific brake force that characterizes the braking efficiency of the vehicle on the stand.
4 figures. 6 sources.
Key words: mathematical model; tire; brake gear; brake stand; chassis dynamometers; wheel; motor vehicle; specific brake force; braking efficiency.

Диагностические стенды с беговыми барабанами являются одними из наиболее эффективных инструментов при контроле качества функционирования тормозных систем автотранспортных средств в условиях эксплуатации. Некоторые тормозные стенды имеют вертикальное смещение беговых барабанов относительно друг друга. Например, силовые тормозные стенды с беговыми барабанами модели СТ-2 (или ВТ 610) фирмы NUSSBAUM (рис. 1).



а) *б)*

Рис. 1. Тормозной стенд, имеющий вертикальное смещение беговых барабанов относительно друг друга: а) общий вид стенда ВТ 610 фирмы NUSSBAUM; б) схема стенда ВТ 610 (задний беговой барабан поднят на высоту h_{b2}=50 мм)

Возникает вопрос: как будет влиять вертикальное смещение h_{b2} беговых барабанов на точность измерения силовых параметров тормозящих колес. Для ответа на этот вопрос в лаборатории кафедры «Автомобильный транспорт» ИрГТУ было проведено научное исследование.

Для аналитического исследования была разработана математическая модель, которая включает в себя математические описания: динамики перемещения колеса автомобиля при торможении стенда с беговыми барабанами, процессов взаимодействия шин с цилиндрическими поверхностями роликов, а также динамики работы тормозных механизмов.

При диагностировании тормозной системы на стенде с беговыми барабанами, под действием тормозных сил происходит перемещение автомобиля на роликах стенда. Для его моделирования разработанная модель этого процесса была дополнена уравнениями, описывающими процесс перекатывания колеса по роликам стенда.

Вначале была разработана расчетная схема (рис. 2), которая учитывает блокирование колес, перемещения инерционных масс на жесткости упругих элементов в процессе торможения автомобиля на роликовом стенде. Автомобиль представлен как колебательная система с подрессоренной массой, обладающей тремя степенями свободы (рис. 2). Подвеска автомобиля представлена в виде параллельно работающих упругих элементов и демпферов.

Для составления уравнений, описывающих процесс движения автомобиля в пространстве, использована подвижная (X'O'Z') и неподвижная (XOZ) системы координат. Неподвижная система координат XOZ связана с рамой стенда. Кузов автомобиля связан с подвижной системой координат X'O'Z'.

Дифференциальные уравнения динамики движения автомобиля, составлены в проекциях на оси координат. После решения относительно старших производных, они запишутся в следующем виде:
ось OX [4]:

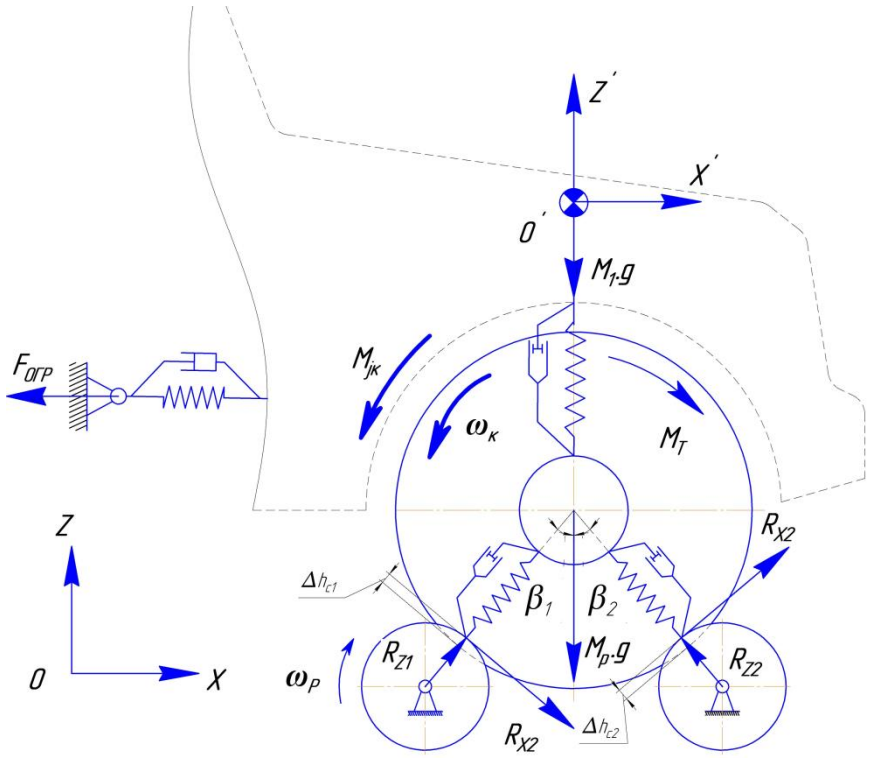


Рис. 2. Расчетная схема процесса торможения автомобиля на роликах стенда

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{R_{X1}\cos\beta_1 + R_{X2}\cos\beta_2 + R_{Z1}\sin\beta_1 - R_{Z2}\sin\beta_2 - F_{ОГР}}{M}; \quad (1)$$

ось OZ:

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{-R_{X1}\sin\beta_1 + R_{X2}\sin\beta_2 + R_{Z1}\cdot\cos\beta_1 + R_{Z2}\cdot\cos\beta_2 - F_{П} - M_P\cdot g}{M_p}; \quad (2)$$

ось O'Z':

$$\frac{d^2z'}{dt^2} = \frac{F_{П}}{M_1} - g, \quad (3)$$

где $F_{П}$ – усилия в подвеске; $F_{ОГР}$ – сила, действующая в ограничителе продольного перемещения автомобиля; M – масса, приходящаяся на диагностируемую ось автомобиля; M_1 – подрессоренная масса автомобиля; M_P – неподрессоренная масса автомобиля.

Нормальные реакции R_{Z1} и R_{Z2}, возникающие от радиальной деформации шины при их контакте с беговыми барабанами, выражены в виде [1, 4]:

$$R_{Z1} = \begin{cases} C_{Ш}\cdot\Delta h_{C1} - K_{Ш}V_{НС1}, & \text{если } \Delta h_{C1} > 0 \\ 0, & \text{если } \Delta h_{C1} \le 0 \end{cases}; \quad (4)$$

$$R_{Z2} = \begin{cases} C_{Ш}\cdot\Delta h_{C2} - K_{Ш}V_{НС2}, & \text{если } \Delta h_{C2} > 0 \\ 0, & \text{если } \Delta h_{C2} \le 0 \end{cases}, \quad (5)$$

где $C_{Ш}$ – радиальная жесткость шины; Δh_{C1} и Δh_{C2} – деформации шин в радиальном направлении; $V_{НС1}$ и

$V_{НС1}$ – скорости деформаций шин; $K_{Ш}$ – коэффициент демпфирования.

Для определения деформации шин на роликах стенда, необходимо математически описать геометрию положения колес на роликах стенда (рис. 3).

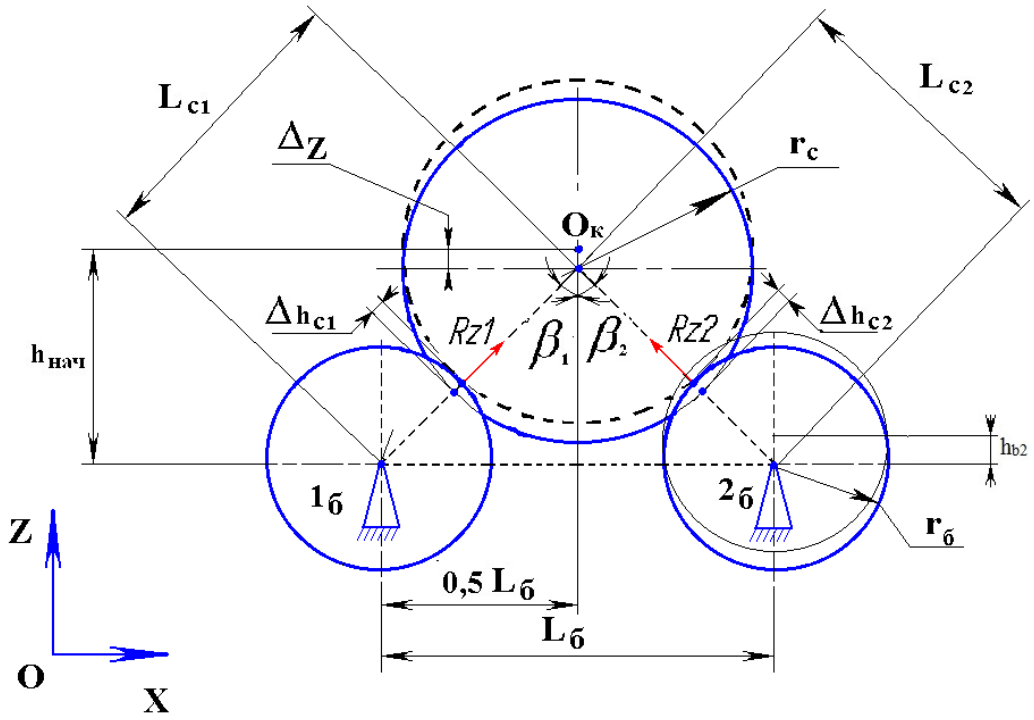


Рис. 3. Схема положения колеса на роликах стенда

Деформацию шины, на роликах стенда определяли из выражений:

$$\Delta h_{C1} = r_C + r_Б - L_{C1}; \quad (6)$$

$$\Delta h_{C2} = r_C + r_Б - L_{C2}, \quad (7)$$

где r_C – свободный радиус колеса; $r_Б$ – радиус бегового барабана; L_{C1} и L_{C2} – расстояния между центром оси вращения колеса и центрами осей вращения беговых барабанов (рис. 3).

Расстояния между центром оси вращения колеса и центрами осей вращения беговых барабанов определим по формулам:

$$L_{C1} = \sqrt{(h_{НАЧ} - Z)^2 + (0{,}5L_b + X)^2}; \quad (8)$$

$$L_{C2} = \sqrt{(h_{НАЧ} - Z - h_{b2})^2 + (0{,}5L_b - X)^2}, \quad (9)$$

где h_{b2} – изменение расположения и пассивного (заднего) роликов; $h_{НАЧ}$ – расстояние, при котором колесо касается беговых барабанов, но при этом отсутствует деформация шины. Оно легко определялось из выражения [4]:

$$h_{НАЧ} = \sqrt{(r_C + r_b)^2 - (0{,}5L_b)^2} \quad (10)$$

Косинусы углов β_1 и β_2 между центром оси вращения колеса и центрами осей вращения беговых барабанов определяются так же, из выражений [4]:

$$\cos\beta_1 = \frac{h_{НАЧ} - Z}{\sqrt{(h_{НАЧ} - Z)^2 + (0{,}5L_b + X)^2}}; \quad (11)$$

$$\cos\beta_2 = \frac{h_{НАЧ} - Z - h_{b2}}{\sqrt{\left(h_{НАЧ} - Z - h_{b2}\right)^2 + \left(0{,}5L_b - X\right)^2}}. \quad (12)$$

Усилия $F_{П}$, создаваемые в подвеске, с учетом деформации её упругих элементов и работы амортизаторов определялись по формуле [3]:

$$F_{П} = \Delta h_{П} \cdot C_{П} - K_{П} \cdot \frac{dZ}{dt}, \quad (13)$$

где $\Delta h_{П}$ – деформация упругих элементов подвески; $C_{П}$ – жесткость упругих элементов подвески; $K_{П}$ – коэффициент демпфирования; $\frac{dZ}{dt}$ – скорость деформации упругих элементов подвески.

Усилия $F_{ОГР}$, создаваемые ограничителем перемещения, определялись, как и усилия $F_{П}$, создаваемые в подвеске работой амортизатора по формуле (31)

$$F_{ОГР} = X \cdot C_{ОГР} - K_{ОГР} \cdot \frac{dX}{dt}, \quad (14)$$

где X – деформация упругих элементов ограничителя; $C_{ОГР}$ – жесткость ограничителя перемещения; $K_{ОГР}$ – коэффициент демпфирования; $\frac{dX}{dt}$ – скорость деформации упругих элементов ограничителя.

Разработанная математическая модель позволяет исследовать изменения силовых параметров процесса торможения автомобиля, при изменении угла β, вызванного его перемещением на роликах стенда. Для того чтобы моделировать начальную установку автомобиля с заданной величиной смещения на какой то из роликов необходимо задать некоторое начальное значение силы $F_{ОГР}$, в ограничителе перемещения.

Величина реализованной касательной реакции определялась на основе стационарных характеристик сцепления эластичной шины с опорной поверхностью. Она рассчитывалась по формуле [2]:

$$R_X = R_Z \cdot \varphi_{MAX} \cdot f(S) \quad (15)$$

где φ_{MAX} – максимальный коэффициент сцепления колеса с опорной поверхностью; $f(S)$ – некоторая функция проскальзывания S.

Функция проскальзывания $f(S)$ получена в результате нормирования экспериментальных характеристик шин ($\varphi - S$ диаграмм), по их максимальным значениям. Полученные при этом зависимости были аппроксимированы выражением вида [2]:

$$f(S) = \sin\left[a \cdot arctg(b \cdot S)\right], \quad (16)$$

коэффициенты, которого определялись из условий:

$$\begin{cases} \left.\frac{df(S)}{dS}\right|_{S=0} = a \cdot b = \eta_S \\ \left.\frac{df(S)}{dS}\right|_{S=1} = f_b \end{cases}, \quad (17)$$

где η_S – коэффициент, характеризующий крутизну нарастания нормированной $\varphi(S)$ диаграммы в начале ко-

ординат; f_b - коэффициент снижения фрикционных свойств шины, определялся при *S*=1, т.е. в блоковом режиме.

Коэффициент снижения фрикционных свойств, представляет отношение касательной реакции заблокированного колеса, к максимально возможной по сцеплению [2, 5]:

$$f_b = \frac{R_b}{R_{\varphi_{MAX}}}. \tag{18}$$

Выражения для коэффициентов *a* и *b*, определяются как [2,5]:

$$b = \frac{(1+b_1^2)arctg(b_1)-b_1}{K_z(1+b_1^2)-1}, \qquad a = \frac{\eta_S}{b} \tag{19}$$

где коэффициенты $b_1 = \frac{\pi}{2K_z}$ и $K_z = [\pi - ar\sin(f_b)]/\eta_S$.

Выявлены функции, которые позволяют корректировать коэффициенты f_b и φ_{MAX} в зависимости от скорости. Зависимость коэффициента снижения фрикционных свойств шины в блоковом режиме от скорости, запишем в виде:

$$f_b = 1 - K_{f_bV}, \tag{20}$$

где K_{f_bV} – коэффициент, характеризующий изменение f_b в блоке, т.е. при *S*=1, в зависимости от скорости, который можно представить в виде функции [4]:

$$K_{f_bV} = k_b \cdot Ln(V) + a_b, \tag{21}$$

где k_b – коэффициент интенсивности снижения фрикционных свойств шины в блоке; a_b – константа для определенного типа шины.

Величину максимального коэффициента сцепления φ_{MAX} в зависимости от скорости предложено определять как [4]:

$$\varphi_{MAX} = K_{\varphi_{MAX}} \cdot \varphi_{MAX\,0}, \tag{22}$$

где $K_{\varphi_{MAX}}$ – коэффициент, характеризующий изменение максимального коэффициента сцепления в зависимости от скорости вращения роликов стенда; $\varphi_{MAX\,0}$ – максимальный коэффициент сцепления при скорости, близкой к нулю [4].

$$K_{\varphi_{MAX}} = K_\varphi \cdot Ln(V) + a_\varphi, \tag{23}$$

где K_φ – коэффициент изменения интенсивности максимального коэффициента сцепления в зависимости от скорости; a_φ – константа максимального коэффициента сцепления для заданного типа шины.

Коэффициент проскальзывания колеса с эластичной шиной, *S* на роликах диагностического стенда, определялся по формуле [5]:

$$S = 1 - \frac{\omega_K \cdot r_{k_0}}{\omega_p \cdot r_Б}, \tag{24}$$

где ω_K – угловая скорость колеса; r_{k_0} – радиус качения колеса в ведомом режиме; ω_p – угловая скорость бегового барабана стенда; $r_Б$ – радиус бегового барабана.

Величина радиуса качения колеса в ведомом режиме рассчитывается на основании выражения [5]:

$$r_{k_0} = r_{CT} + R_Z \cdot C_2 - \sqrt{R_Z \cdot C_1}\,, \tag{25}$$

где r_{CT} – статический радиус колеса; C_1 и C_2 – константы; R_Z – нормальная реакция (со стороны бегового барабана).

Уравнение динамики вращения колеса с эластичной шиной запишется в виде:

$$M_{J_k} = M_T + M_f - M_\varphi\,, \tag{26}$$

где M_T – тормозной момент; M_f – момент сопротивления качению; M_{Jk} – инерционный момент колеса; M_φ – реализованный момент по сцеплению.

Момент сопротивления качению очень мал по сравнению с остальными моментами, входящими в уравнение (12), поэтому им можно пренебречь. Тогда уравнение (12) примет вид [5]:

$$\frac{d\omega_K}{dt} = \frac{M_T + M_f - M_\varphi}{J_K} = \frac{M_T - R_X \cdot r_{k_0}}{J_K}\,. \tag{27}$$

Математическая модель тормозного механизма учитывает инерционность тормозного механизма, уравнением динамического звена первого порядка:

$$T_{TM} \cdot \Delta\dot{P}_{TM} = P_T - P_{TM}\,, \tag{28}$$

где P_T – давление рабочего тела на входе в тормозной механизм; P_{TM} – давление рабочего тела в тормозном механизме; $\Delta\dot{P}_{TM}$ – первая производная давления рабочего тела в тормозном механизме; T_{TM} – постоянная, времени тормозного механизма.

При математическом описании характеристики тормозного механизма, имеющей вид петлевой нелинейности, полученной экспериментальным путем, был применен метод кусочно-линейной аппроксимации. При этом учитывалось наличие при работе тормозного механизма зоны нечувствительности, а также снижение тормозного момента при блокировке колеса до значения реализованного момента по сцеплению. Математическое описание петлевой нелинейности имеет вид [1]:

$$M_T = \begin{cases} K_1 \cdot (P_{TM} - \Delta_0),\ если\ \Delta\dot{P}_{TM} > 0\ и\ K_1 \cdot (P_{TM} - \Delta_0) - M_{TP} > 0 \\ K_2 \cdot P_{TM},\ если\ \Delta\dot{P}_{TM} \le 0\ и\ K_2 \cdot P_{TM} - M_{TP} < 0 \\ M_{TP},\ если\ \Delta\dot{P}_{TM} > 0\ и\ K_1 \cdot (P_{TM} - \Delta_0) - M_{MP} \le 0 \\ M_{T3},\ если\ \Delta\dot{P}_{TM} \le 0\ и\ K_2 \cdot P_{TM} - M_{T3} \ge 0 \\ 0,\ если\ \Delta\dot{P}_{TM} > 0\ и\ P_{TM} > \Delta_0 или\ \Delta\dot{P}_{TM} \le 0 \\ R_Z \cdot \varphi_{MAX} \cdot f_б \cdot r_{K0},\ если\ \omega_K \le 0 \end{cases}, \tag{29}$$

где Δ_0 – зона нечувствительности тормозного механизма при нарастании давления в исполнительном механизме; M_{T3} и M_{TP} – значения тормозного момента изменяющиеся в момент изменения знака первой производной давления в исполнительном механизме; K_1 и K_2 – коэффициенты темпа нарастания и снижения тормозного момента; $\Delta\dot{P}_{TM}$ – первая производная давления в исполнительном механизме.

С помощью метода корректировки коэффициентов темпа нарастания и снижения тормозного момента учитывается изменение тормозного момента, связанное с изменением скоростей относительного перемещения пар

трения. Коэффициенты K_1 и K_2 корректируются в зависимости от величины угловой частоты вращения колеса:

$$K_1 = K_{10} - K_{\omega 1} \cdot \omega_K ; \quad (30)$$

$$K_2 = K_{20} - K_{\omega 2} \cdot \omega_K , \quad (31)$$

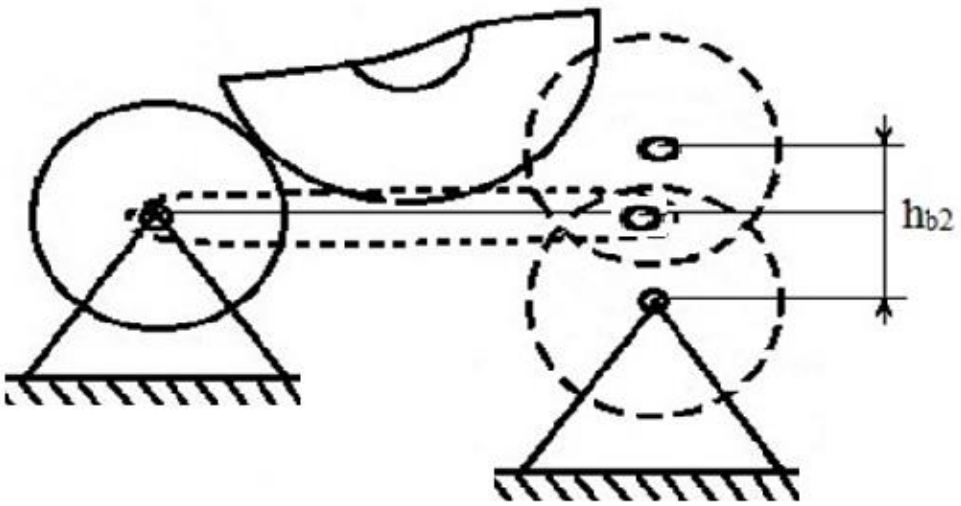
где K_{10} и K_{20} – соответственно, коэффициенты нарастания и снижения темпа изменения тормозного момента при $\omega_к = 0$; $K_{\omega 1}$ и $K_{\omega 2}$ – соответственно, коэффициенты коррекции темпов изменения тормозного момента по угловой частоте $\omega_к$.

С помощью вышеприведенной математической модели и пакета «Turbo Basic» была получена зависимость (рис. 4) удельной тормозной силы от изменения высоты расположения роликов относительно друг друга. Из графика (рис. 4) видно, что при расположении роликов на одной оси удельная тормозная сила равна 0,9.

При межцентровом расстоянии между роликами стенда равном 0,42 м и радиусе беговых барабанов 0,1 м, поднятие пассивного (заднего) ролика относительно активного (переднего) на величину от 0,06 м, до 0,1 м, не приводит к изменению удельной тормозной силы и она остается на уровне 1,6.



а)



б)

Рис. 4. Зависимость удельной тормозной силы от изменения высоты расположения роликов относительно друг друга: а) результаты аналитических исследований; б) расчетная схема

При нижнем расположении пассивного (заднего) ролика на уровне -0,08 м, измеренная удельная тормозная сила будет иметь на 28% более высокие значения по сравнению с расположением опорных роликов на одной оси (т.е. её величина достигнет $\gamma_T = 1{,}3$). А при постепенном подъеме пассивного (заднего) ролика от уровня -0,03 м до уровня 0,06 м удельная тормозная сила будет расти от γ_T = 0,65 до γ_T=1,6.

Полученные результаты аналитического исследования позволяют сделать вывод о том, что вертикальное смещение беговых барабанов относительно друг друга существенно влияет на измерение силовых параметров. Поэтому в дальнейшем необходимо провести экспериментальные исследования этого процесса с целью уточнения полученных результатов.

Библиографический список

1. Портнягин Е.М., Федотов А.И., Бойко А.В. Моделирование процесса торможения автомобиля с ABS на полноопорном диагностическом стенде с беговыми барабанами // Вестник ИрГТУ. 2008. № 4 (36). С. 95–100.
2. Pacejka H.B. Some recent investigations into dynamics and frictional behavior of pneumatic tires // Phys. Tire tract. Theory and Exp. New York-London. 1974.
3. Федотов А.И., Быков А.В. Экспериментальное исследование динамических характеристик процесса торможения автопоезда // Межвузовский сборник научн. трудов «Повышение качества и надежности транспортных и технологических машин». Хабаровск: ХГТУ, 2001. С. 72–78.
4. Федотов А.И., Бойко А.В. Многомассовая модель для исследования процесса торможения автомобиля на стенде с беговыми барабанами // Вестник ИрГТУ. 2007. № 4 (32). С. 67–71.
5. Дик А.Б. Описание характеристик проскальзывания тормозящего колеса // Сб. науч. тр. «Надежность и активная безопасность автомобиля». МАМИ. 1985. С. 205–216.
6. Диагностическое оборудование Nussbaum (Электронный ресурс). Режим доступа: www.nussbaumrus.ru.