

УДК 621.867.2

А.А. Касаткин

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛЕНТ КРУТОНАКЛОННОГО КОНВЕЙЕРА С ПРИЖИМНОЙ ЛЕНТОЙ ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ ИХ ДЕФОРМАЦИЙ

Семинар № 18

Крутонаклонный конвейер с прижимной лентой обладает значительной унификацией со стандартным ленточным конвейером, но существенно различаются подходы к расчету конструктивных параметров. Значительную роль в процессе транспортирования играет напряженно-деформированное состояние конвейерных лент, так для обеспечения минимальных радиусов переходных кривых отказываются от использования резинотросовых лент и используют синтетические тканевые конвейерные ленты.

При установившемся режиме работы ленты принято рассчитывать как оболочку с ортотропным свойством материала. Такая модель ленты дает достаточно точные результаты при расчете установившегося режима работы конвейера. Однако синтетические конвейерные ленты обладают ярко выраженными динамическими свойствами. Переходной режим работы может влиять на напряженно-деформированное состояние конвейерной ленты в установившемся режиме, когда в ленте происходит накопление деформаций – этап вытяжки конвейерной ленты [1].

Временную связь между напряжениями и деформациями, устанавливают экспериментальным путем, затем описывают ее аналитическими зависимостями, которым соответствуют реологические модели, отражающие основную

сущность работы ленты при динамических нагрузках.

Рассмотрим некоторые реологические модели лент, которые описывают поведение конвейерных лент при растяжении.

Простейшими реологическими моделями вязко-упругих материалов являются тела Фохта (Кельвина) и Максвелла.

Модель Фохта состоит из параллельно соединенных вязкого и упругого элементов. Напряжения в случае простого растяжения записываются в виде:

$$\sigma(t) = E \cdot \varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (1)$$

где E – модуль упругости, H/mm^2 ; ε – относительная деформация образца, mm ; η – вязкость, $H \cdot c / mm^2$.

Эффекты запаздывания при нагрузке и разгрузке вызываются упругим последствием (рис. 1). При нагрузке этот эффект называется ползучестью, при разгрузке упругим последствием. τ – время запаздывания. T – время действия нагрузки. Считается, что весь процесс запаздывания заканчивается за время 3τ . При приложении мгновенной нагрузки первоначальная деформация равна нулю [2].

Реальные конвейерные ленты не обладают свойствами «чистых» моделей Фохта или Максвелла, поэтому в эти модели вводят дополнительные элементы.

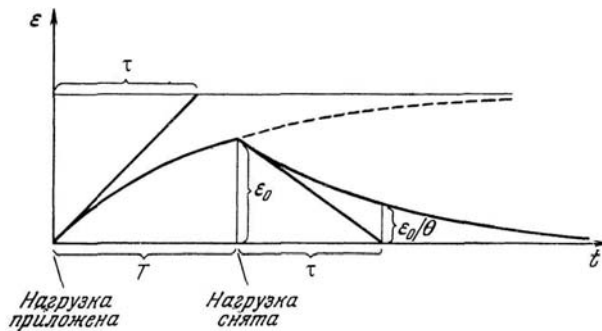


Рис. 1. Упругое последствие после нагрузки и разгрузки

Наиболее часто модель ленты представляется, как последовательно соединенные элементы Фохта с различными характеристиками. Эта модель позволяют получить некоторую конечную деформацию при мгновенном и бесконечно длительном приложении нагрузки, что частично соответствует реальным деформациям при работе ленты [1].

Для достижения необходимой точности модель ленты часто представляют 3-мя последовательно соединенными элементами Фохта, первый элемент в которой обладает нулевой вязкостью. Константы для низкочастотного элемента полученные в работах И.В. Запенина и С.Д. Мягкова лежат в одном пределе для времени запаздывания 200–300 сек.

Рассмотренные выше экспериментальные зависимости в описании динамических свойств ленты могут иметь и более сложное толкование. Возможно использование интегральных зависимостей. В настоящее время известно большое количество ядер. Часто при описании динамических свойств ленты использовалось ядро Абеля. Недостатком которого является существенная зависимость потерь энергии от частоты колебаний при любых константах входящих в эти ядра, что не соответствует свойствам реальных лент.

Рассчитать деформации, используя экспериментальные временные зависимости, затруднительно, поэтому возможен переход к частному описанию как свойств конвейерной ленты, так и возмущающих нагрузок. В

общем случае на ленту действует периодическая продольная нагрузка, которую можно представить как сумму синусоид, разложив ее в ряд Фурье. Известно, что если на элемент Фохта действует синусоидально меняющаяся нагрузка, то [3]:

$$\sigma_0 := \varepsilon_0 \cdot E + i \cdot \omega \cdot \eta \cdot \varepsilon_0 \quad (2)$$

где i - мнимая единица, σ_0 и ε_0 амплитудные значения напряжения и деформации меняющиеся с частотой ω .

Выражение (1) можно записать в виде:

$$\sigma_0 := \varepsilon_0 \cdot E_{abc} \cdot e^{i \cdot \phi} \quad (3)$$

где ϕ - угол сдвига между напряжением и деформацией; E_{abc} - абсолютный модуль упругости.

Абсолютный модуль упругости можно представить как сумму статического и динамического модуля упругости.

$$E_{abc}(\omega) := \sqrt{E_{st}^2 + \eta^2 \cdot \omega^2} \quad (4)$$

Из выражения (4) следует, что вектор деформации отстает от вектора напряжения на угол ϕ .

Рассмотрим динамические свойства модели, состоящей из 3-х элементов Фохта. Деформация модели равняется векторной сумме деформаций каждого элемента Фохта.

$$\varepsilon(t) := \frac{\left(C_1 \cdot e^{i \cdot \omega_0 \cdot t} \right)}{E_{a1} \cdot e^{i(\omega \cdot t + \phi_1)}} + \frac{\left(C_1 \cdot e^{i \cdot \omega_0 \cdot t} \right)}{E_{a2} \cdot e^{i(\omega \cdot t + \phi_2)}} + \frac{\left(C_1 \cdot e^{i \cdot \omega_0 \cdot t} \right)}{E_{a3} \cdot e^{i(\omega \cdot t + \phi_3)}} \quad (5)$$

Вводя понятие податливости $I = 1/E$, из выражения (5) имеем следующее выражение для абсолютной податливости:

$$I_E(n) := \frac{1}{E_{a1}(n) \cdot e^{i \cdot \phi_1(n)}} + \frac{1}{E_{a2}(n) \cdot e^{i \cdot \phi_2(n)}} + \frac{1}{E_{a3}(n) \cdot e^{i \cdot \phi_3(n)}} \quad (6)$$

Приведенный для обобщенной модели модуль упругости, зависящий от частоты, равен:

$$E_\omega(n) := \frac{1}{I_E(n)} \quad (7)$$

Приведенная вязкость обобщенной модели и обобщенный сдвиг фаз:

$$\eta_\omega(n) := \sqrt{\frac{E_\omega(n)^2 - E_{ct}^2}{\omega(n)^2}} \\ \phi_\omega(n) := \frac{1}{\tan\left(\frac{\eta_\omega(n) \cdot \omega(n)}{E_{ct}}\right)} \quad (8)$$

В работе будем использовать модель состоящую из 3-х элементов Фохта. Характеристики элементов возьмем из работы С.Д.Мягкова, в которой исследовались различные синтетические конвейерные ленты. В этой работе вязкость первого элемента равняется нулю, а для остальных элементов из экспериментов замерялось время запаздывания.

1. $E_1 := 13726 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$ $\tau_1 := 0 \text{ с}$
 $\eta_1 := \tau_1 \cdot E_1$ $\eta_1 = 0$ $\text{Н} \cdot \text{с/м}^2$
2. $E_2 := 13420 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$ $\tau_2 := 12,4 \text{ с}$
 $\eta_2 := \tau_2 \cdot E_2$ $\eta_2 = 1.6641 \times 10^9 \text{ Н} \cdot \text{с/м}^2$
3. $E_3 := 12070 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$ $\tau_3 := 279 \text{ с}$
 $\eta_3 := \tau_3 \cdot E_3$ $\eta_3 = 3.3724 \times 10^{10} \text{ Н} \cdot \text{с/м}^2$

Найдя абсолютный модуль упругости для каждого элемента, находим абсолютную податливость модели, абсолютный модуль упругости.

Располагая частными характеристиками лент, нетрудно решать практические задачи в случаях, когда прикладываемые нагрузки отличны от синусоидальных. Натяжения в лентах меняются по периодическому закону, с периодом функции равному времени обхода всего контура конвейера. Используя расчетные данные, получаем зависимость изменения натяжения в ленте от времени ее прохождения по контуру конвейера. При прохождении порожней ветви натяжение в ленте падает. Из-за наличия участка с уменьшающимся натяжением ленты, нельзя аппроксимировать данные экспоненциальной зависимостью. Аппроксимируем полученные данные полиномами различной степени (рис. 2).

Наиболее точно описывает изменение натяжений от времени в грузонесущей ленте полином 3ей степени. Этот полином, для рассчитываемого конвейера, имеет следующий вид:

$$f(t) := 3.905 \cdot 10^4 - 425.518t - 9.924t^2 + 0.185t^3 \quad (9)$$

Следующим шагом наших расчетов является разложение в ряд Фурье данного полинома на отрезке от 0 до T . Где T – период прохождения ленты по контуру. Поскольку обобщенные модуль упругости, вязкость и сдвиг фаз являются комплексными числами, то для описания деформаций модели воспользуемся коэффициентами ряда Фурье в комплексном виде.

Разложение функции и расчеты коэффициентов проводились на ПЭВМ в прикладном математическом пакете Mathcad 11. Коэффициенты ряда Фурье для функции с периодом T в комплексной форме определяются как:

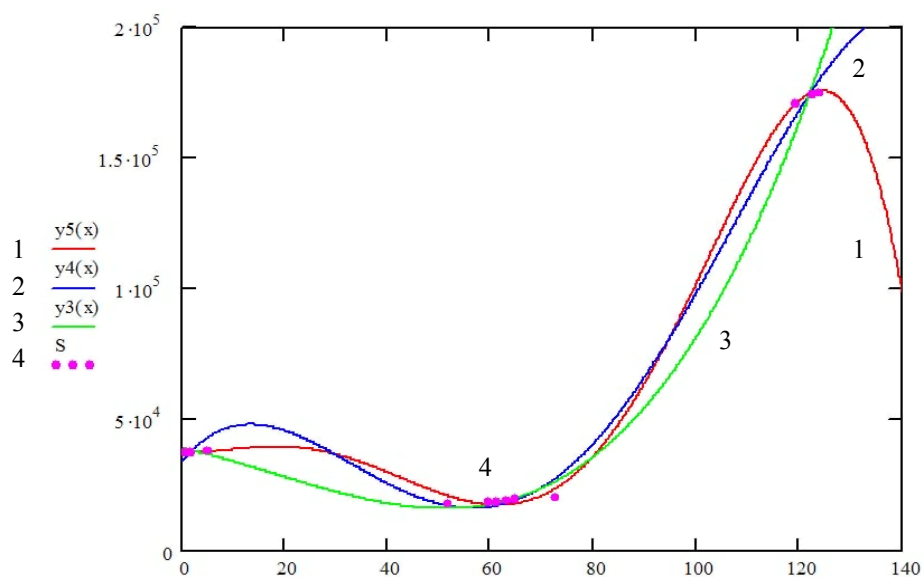


Рис. 2. Аппроксимирующие полиномы 3, 4 и 5-й степени

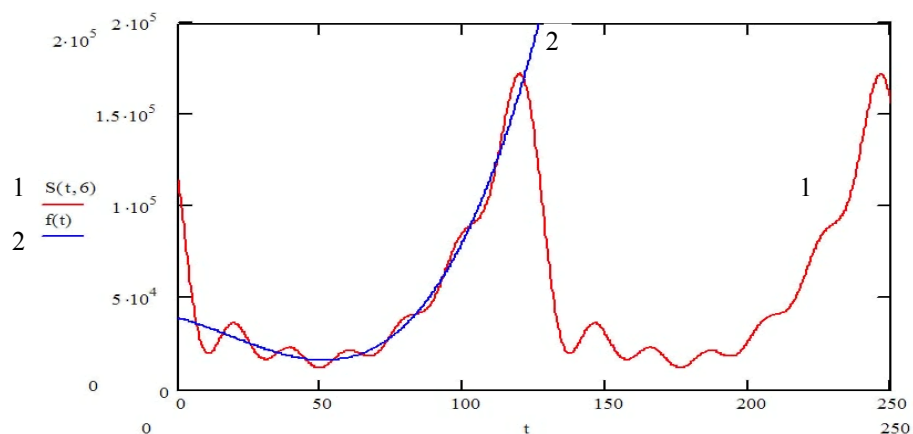


Рис. 3. Ряд Фурье состоящий из 6 функций

$$C_n := \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cdot e^{-i \cdot \omega(n) \cdot n \cdot t} dt, \quad \omega_0 := \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad (10)$$

Далее вычислим частичные функции и построим их графики:

$$S(t, k) := C_0 + \sum_{n=1}^k 2 \cdot |C_n| \cdot \cos(\omega(n) \cdot t + \arg(C_n)) \quad (11)$$

где $|C_n|$ - амплитуда гармоники, $\arg(C_n)$ - относительный фазовый сдвиг, $\omega(n) = n \cdot \omega_0$ - частота гармоники C_n .

Графическое представление ряда Фурье состоящего из шести элементарных функций представлено на рис. 3.

Деформацию модели запишем как сумму реакций системы на возмущения $C_1, C_2 \dots C_5$ с частотами $\omega_0, 2\omega_0 \dots 5\omega_0$ (ввиду линейности системы и возможности принципа суперпозиции):

$$\begin{aligned} \epsilon(t) := & \frac{C_1 \cdot e^{i\omega(1) \cdot t}}{E_{\omega(1)} \cdot e^{i\phi_{\omega(1)}}} + \frac{C_2 \cdot e^{i\omega(2) \cdot t}}{E_{\omega(2)} \cdot e^{i\phi_{\omega(2)}}} + \\ & + \frac{C_3 \cdot e^{i\omega(3) \cdot t}}{E_{\omega(3)} \cdot e^{i\phi_{\omega(3)}}} + \frac{C_4 \cdot e^{i\omega(4) \cdot t}}{E_{\omega(4)} \cdot e^{i\phi_{\omega(4)}}} + \\ & + \frac{C_5 \cdot e^{i\omega(5) \cdot t}}{E_{\omega(5)} \cdot e^{i\phi_{\omega(5)}}} \end{aligned}$$

По полученной зависимости можно определить деформации модели конвейерной ленты в любой момент времени.

Для избежания просыпания груза увеличивают прижимное давление, так же оставляют значительные свободные края лент. В настоящий момент величина свободных краев принимается примерно равной 30 % от ширины ленты. Наибольшее суммарное давление от веса груза, боковых давлений и прижимных усилий приходится на средний ро-

Рис. 5. Деформации конвейерной ленты между роlikоопорами

лик. При прохождении каждой роlikоопоры появляется силы сопротивления движению ленты, зависящие от величины давлений на роlikоопору, Неравномерные давления приводят к неравномерному сопротивлению движению на роlikоопоре.

При прохождении ленты по контуру эти сопротивления суммируются и компенсируются приводом конвейера. Моделирование напряженно-деформированного состояния ленты грузонесущего контура проводилось в программном пакете ANSYS, на рис. 4 представлены полученные деформации (м) и напряжения (Па) в конвейерной ленте, вид сверху.

На приводном барабане возникают три различные зоны давления ленты на барабан. Давления в этих зонах различаются на порядок, из-за этого получается различный на этих участках тяговый фактор. Что необходимо учитывать при выборе мощности привода.

Из-за неравномерности натяжения по поперечному сечению ленты вытяжка ленты оказывается неравномерной. При прохождении порожней части грузонесущего конвейера напряжения в ленте не успевают полностью релаксировать, и на грузовую часть лента приходит с вытянутой серединой.

На грузонесущую ленту на линейной части крутонаклонного конвейера с прижимной лентой действуют давления: от веса груза, от

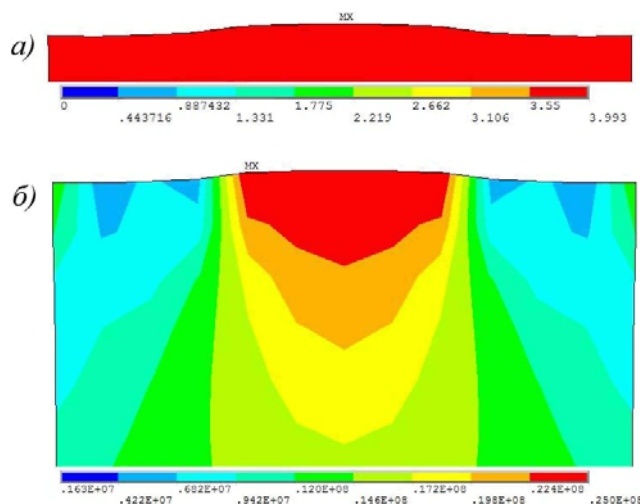
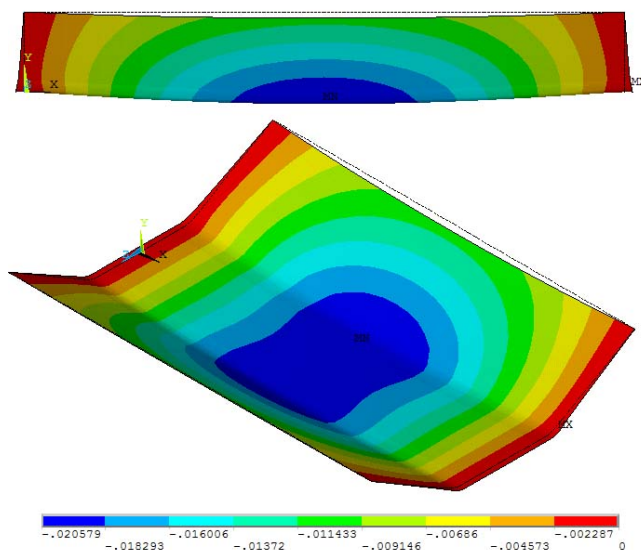


Рис. 4. Деформации(а) и напряжения(б) в грузонесущей ленте на приводном барабане



погонных прижимных усилий, от распорных боковых давлений. Нагрузки прикладывались в виде сосредоточенных сил к узлам элементов. При расчете сложного напряженного состояния в ли-

нейной теории сопромата действует принцип суперпозиции, раскладывающий сложное состояние на сумму действия простых. В нашем случае нас интересовала совместная работа сил натяжения и нормальных сил, для этого необходимо проводить нелинейный расчет. На рис. 5 приведены полученные результаты вертикальных перемещений (в метрах). При натяжении конвейерной ленты в 50 кН, что соответствует натяжениям в середине линейной части, и давлениях действующих на нее, при данной величине свободных

краев ленты равной 30 % ширины, величина прогиба составила 2 см. Варьируя натяжением и величиной загрузки, можно обосновать необходимую величину свободных краев конвейерной ленты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Галкин В.И., Дмитриев В.Г., Дьяченко В.П., Запенин И.В., Шешко Е.Е. Современная теория ленточных конвейеров горных предприятий. – М.: Издательство МГГУ, 2005
2. Гончаревич И.Ф. Виброреология в горном деле. – М.: Наука, 1977
3. Шахмейстер Л.Г., Дмитриев В.Г. Теория и расчет ленточных конвейеров. – М.: Машиностроение, 1978. **ГИАБ**

Коротко об авторе

Касаткин А.А. – аспирант кафедры ГМТ, Московский государственный горный университет.

Доклад рекомендован к опубликованию семинаром № 18 симпозиума «Неделя горняка-2008». Рецензент д-р техн. наук, проф. В.И. Галкин.