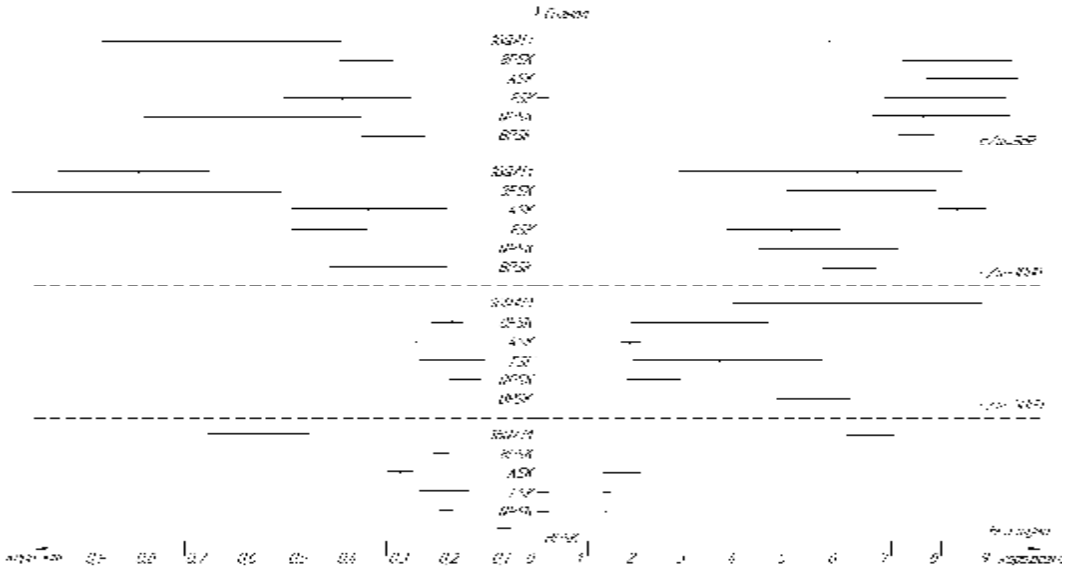


Значения корреляционной размерности и энтропии для узкополосных сигналов
в зависимости от отношения «сигнал/шум»

D. V. Stepanov, A. V. Kuzovnikov

JSC «Academician M. F. Reshetnev «Information satellite system», Russia, Zheleznogorsk

CLASSIFICATION OF NARROWBAND SIGNALS BASED ON FRACTAL ANALYSIS

In this work we observed the classification of narrowband signals based on fractal analysis for the purpose of improving jam-protection in communication channels. Using of fractal theory mathematical tools and estimation of appropriate dimensions allow us to predict with some probability type of input signal with or without additive white Gaussian noise.

© Степанов Д. В., Кузовников А. В., 2009

УДК 62.506.1

А. В. Стрельников

Сибирский государственный аэрокосмический университет
имени академика М. Ф. Решетнева, Россия, Красноярск

О НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ТРУБЧАТОЙ СТРУКТУРЫ

Рассматривается задача идентификации стохастических процессов. Данные процессы могут иметь модель трубчатой структуры.

На практике исследователи тех или иных процессов часто сталкиваются с необходимостью восстанавливать стохастические зависимости по результатам наблюдений входных-выходных данных объекта. В случае, если между входными параметрами будет существовать функциональная зависимость, будет рассматриваться объект, описываемый системой трубчатой структуры. Тогда этот объект будет существовать только в ограниченной области (трубки), объем которой много меньше объема куба, в котором проходит процесс.

Определим область определения для заданного процесса:

$$y(t) = f\left(x(t), \xi(t)\right),$$

где $\xi(t)$ – случайное воздействие с нулевым математическим ожиданием и ограниченной дисперсией. Вид функций f неизвестен.

Пусть $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ – входная случайная величина со значениями в пространстве $\Omega \subset R^{n+1}$, а $p(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ – плотность распределения случайной величины $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ неизвестна. Пусть $(x_1^1, x_2^1, \ldots, x_n^1), (x_1^2, x_2^2, \ldots, x_n^2), \ldots, (x_1^s, x_2^s, \ldots, x_n^s)$ – выборка из s статически независимых наблюдений случайной величины $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Так как между параметрами возможная зависимость имеет функциональный характер, то воспользуемся регрессионным анализом. Для этого, сравнивая попарно все параметры, воспользуемся значением дисперсионной меры степени идентичности [1]:

$$I_{ij}^2 = \frac{M\left\{M\left\{X_i \middle| X_j\right\} - M\left\{X_j\right\}\right\}}{D\left\{X_i\right\}},$$

где $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,n}$, $i \neq j$.

Если значение I_{ij}^2 близко к единице, то между соответствующими параметрами существует функциональная зависимость. В этом случае модель имеет трубчатую структуру. Тогда в качестве модели выберем следующую систему регрессий непараметрической оценки:

$$y_s\left(\overline{x}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{s} y_i \Phi\left(\frac{x_k - x_k^i}{c_s}\right)}{\sum_{i=1}^{s} \Phi\left(\frac{x_k - x_k^i}{c_s}\right)}, k = \overline{1,n}.$$

Но такой подход требует много вычислительных затрат, при больших размерностях.

Воспользуемся другим подходом.

Пусть $\Omega\left(\overline{x}\right)$ – область куба, а $h\left(\overline{x}\right)$ – искомая область определения. Тогда (рис. 1)

$$\begin{cases} \overline{x} \in h\left(\overline{x}\right), \text{если} \sum_{i=1}^{s} \prod_{k=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_k - x_k^i}{c_s}\right) > 0 \\ \overline{x} \notin h\left(\overline{x}\right), \text{если} \sum_{i=1}^{s} \prod_{k=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_k - x_k^i}{c_s}\right) = 0 \end{cases},$$

где интегрируемая с квадратом функция $\Phi(\cdot)$, а параметр c_s – коэффициент размытости.

Оптимизация по c_s проводится путем минимизации квадратичного критерия невязки истинного отношения объема трубки к объему куба и его оценки.

Чтобы избежать влияния случайных выбросов, для нахождения области определения можно использовать следующее (рис. 2):

$$\begin{cases} \overline{x} \in h\left(\overline{x}\right), \text{если} \sum_{i=1}^{s} \prod_{k=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_k - x_k^i}{c_s}\right) > \alpha \\ \overline{x} \notin h\left(\overline{x}\right), \text{если} \sum_{i=1}^{s} \prod_{k=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_k - x_k^i}{c_s}\right) \leq \alpha \end{cases},$$

где α – некоторое число.

Определив область определения рассматриваемого объекта, в качестве модели можно использовать следующую регрессию непараметрической оценки:

$$y_s\left(\overline{x}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{s} y_i \prod_{k=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_k - x_k^i}{c_s}\right)}{\sum_{i=1}^{s} \prod_{k=1}^{n} \Phi\left(\frac{x_k - x_k^i}{c_s}\right)}, \text{ если } \overline{x} \in h\left(\overline{x}\right).$$

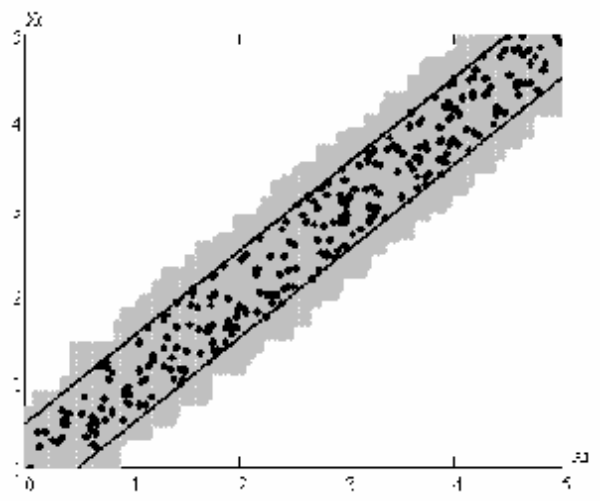


Рис. 1. Моделирование при $\alpha = 0$

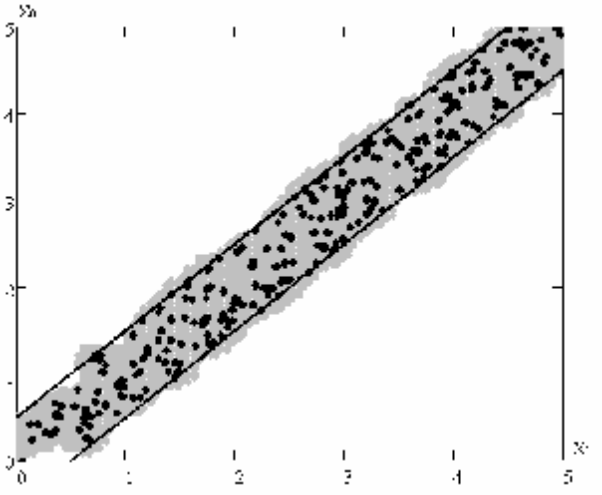


Рис. 2. Моделирование при $\alpha = 1$

Данные модели представляет собой плоскость, ограниченную объемом трубки. Такой подход исключает появление результатов, противоречащих реальности, в подобных процессах.

Библиографический список

1. Райбман, Н. С. Дисперсионная идентификация / Н. С. Райбман. М. : Наука, 1981

A. V. Strel'nikov

Siberian State Aerospace University named after academician M. F. Reshetnev, Russia, Krasnoyarsk

ABOUT NONPARAMETRIC MODELS OF TUBE STRUCTURE

The identification problem of stochastic processes is considered. These processes can have a tube structure model.

© Стрельников А. В., 2009

УДК 62-506.1

Е. С. Терентьева

Сибирский государственный аэрокосмический университет
имени академика М. Ф. Решетнева, Россия, Красноярск

О НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СТАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ НАЛИЧИИ ПРОПУСКОВ ДАННЫХ

Исследован алгоритм непараметрического восстановления регрессии при неравномерно распределенной выборке наблюдений случайной величины. Приводится модификация непараметрической оценки регрессии и результаты ее исследования.

Часто при проведении моделирования систем приходится иметь дело с результатами измерений, распределенными в пространстве наблюдений входов-выходов объекта неравномерно. В данных условиях обычная непараметрическая оценка регрессии восстанавливает стохастическую зависимость не очень успешно.

Имеется неравномерная выборка наблюдений $(\bar{u}_i, x_i), i=\overline{1,s}$ входных и выходных переменных системы объемом *s*, где $\bar{u}_i$ – значение вектора наблюдений входных воздействий размерности *m*, а x_i – измеренное значение выходного воздействия в *i*-й точке выборки. Требуется построить модель объекта, используя непараметрическую оценку регрессии.

Непараметрическая оценка регрессии имеет следующий вид [1]:

$$x_s(\bar{u}) = \frac{\sum_{i=1}^{s} x_i \prod_{j=1}^{m} \Phi\left(\frac{u^j - u_i^j}{C_s^j}\right)}{\sum_{i=1}^{s} \prod_{j=1}^{m} \Phi\left(\frac{u^j - u_i^j}{C_s^j}\right)}, \quad (1)$$

где колоколообразная функция $\Phi(\cdot)$ и параметр размытости C_s удовлетворяют некоторым условиям сходимости [1]. Произведем модификацию этой оценки следующим образом [2]:

$$\hat{x}(U) = \frac{\sum_{j=1}^{S}\left(\varphi_j(x^k, \bar{u}^k, \bar{u}) \prod_{p=1}^{m} \Phi\left(\frac{u^p - u^p{}_j}{C_S{}^p}\right)\right)}{\sum_{j=1}^{S} \prod_{p=1}^{m} \Phi\left(\frac{u^p - u^p{}_j}{C_S{}^p}\right)}, \quad (2)$$

где $\varphi_j(y^k, \bar{u}^k, \bar{u})$ представляет собой поверхность, построенную по методу наименьших квадратов на основании *k* точек в окрестности *j*-й точки, в которых $\Phi(\bar{u}^k, u_j, C_s) \neq 0$.

Будем использовать несимметричную колоколообразную функцию, которая расширяется в направлении разрежений в выборке, т. е. ее ветви имеют разные константы Липшица. Для определения сгущений и разряжений точек в выборке введем функцию множества, которая имеет вид непараметрической оценки плотности Розенблата–Парзена с малым параметром размытости C_s:

$$f_s(x) = \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{S}\prod_{j=1}^{m}\frac{1}{C_s{}^j}\Phi\left(\frac{x^j - x^j{}_i}{C_s{}^j}\right);$$

$$f_s(x) > 0 \ \forall \ x. \quad (3)$$

Для оценки параметра размытости в формуле (2) будем использовать следующую формулу: $C_s{}^j = \lambda \cdot f_s^{-1}(\bar{x_j})$, где коэффициент $\lambda > 0$ вычисляется исходя из минимума квадратичного критерия, вычисленного на основе рассогласования модели и объекта.

Пусть имеется неравномерная выборка наблюдений входа и выхода объекта (u_i, x_i), $i=\overline{1,s}$, объемом $s = 30$, $u \in (0,1)$, $x = \psi(u) + \xi$, где $\psi(u) = \sin(5 \cdot u)$, ξ – центрированная помеха, распределенная нормально с нулевым математическим ожиданием и ограниченной дисперсией. Пусть функция $\varphi_j(\cdot,\cdot,\cdot)$ имеет квадратичный вид $\varphi_j(x^k, \bar{u}^k, \bar{u}) = \beta_2 u^2 + \beta_1 u + \beta_0$.